65 J. IV 37 – 41

Ma.
65
1.

# Der Anfangsgründe aller Mathematischen Wissenschaften

## Erster Theil,

Welcher

## Einen Unterricht

von der Mathematischen Lehrart, die Rechenkunst, Geometrie und Trigonometrie in sich enthält, und zu mehrerem Aufnehmen der Mathematik so wohl auf hohen als niederen Schulen aufgesetzt worden

von

**Christian Freyherrn von Wolf,**

Seiner Königl. Majestät in Preussen geheimen Rathe und Kanzler der Universität Halle, wie auch Professore Juris Naturæ & Gentium ac Matheseos daselbst, Professore honorario zu St. Petersburg, der königl. Academie der Wissenschaften zu Paris, wie auch der königl. großbritannischen und der königl. preußl. Societät der Wissenschaften Mitgliede.

---

Neue, verbesserte und vermehrte Auflage.

---

WIEN,
gedruckt bey Johann Thomas Trattnern, kaiserl. königl. Hof- und N. Oe. Landschafts-Buchdruckern und Buchhändlern.

1763.

# Vorrede.

Der große und vielfältige Nutzen hat in unsern Tagen die mathematischen Wissenschaften so beliebt gemacht, daß sie wohl niemals in so hohem Werthe gewesen, und mit solchem Eifer getrieben worden sind. Und was ist es Wunder? So jemand über die Kräfte des menschlichen Verstandes sich erfreuet, der findet hier einen unvergleichlichen Schatz der herrlichsten Proben, wie weit man durch rechten Gebrauch derselben kommen kann. Die Algebra und höhere Geometrie zeigen, daß nichts so tief verborgen sey, welches

man nicht ergründen könne. Die Astronomie und Geographie überführen uns, daß nichts von uns so weit entfernet sey, welches man nicht genau erkennen und ausmessen könne. Aus den Calendern und Ephemeridibus kann man ersehen, mit was vor Gewißheit die Sternkündiger die Himmelsbegebenheiten vorher verkündigen können, ohnerachtet die Gesetze der Bewegung ihnen von niemand geoffenbaret worden sind. Die mathematische Lehrart giebt den rechten Gebrauch der Vernunft zu erkennen, wie man nämlich zu klaren, deutlichen und vollständigen Begriffen gelange, und daraus ohne Anstoß die übrigen Sachen herleite. Die Rechenkunst, Trigonometrie und Algebra halten die allgemeinen Maximen in sich nach welchen der Verstand geleitet wird, wenn er durch eigenes Nachsinnen die verborgene Wahrheit erfinden will, und wie es anzugreifen sey, daß die Sinne und Imagination in dem Nachdenken nicht hinderlich fallen, sondern vielmehr die saure Arbeit dem Verstande versüssen helfen. Ja die letztere giebt uns ein Muster der vollkommensten Manier, eines aus dem andern zu schliessen, zu welcher der menschliche Verstand, gelangen kann,

wenn

wenn er den höchsten Gipfel der Vollkommenheit erstiegen hat. Die Optik und zum Theil die Astronomie weisen einen klaren Unterscheid zwischen der Erkänntniß des Verstandes und der Vorstellung der Dinge in den Sinnen und der Imagination. Derowegen ist kein gewisserer Weg, zur Erkänntniß der Kräfte des menschlichen Verstandes zugelangen, als wenn man mit Ernst die mathematischen Wissenschaften treibt, und weil man eine Fertigkeit nicht anderst als durch stäte Uebung erhalten kann, so ist dieses zugleich das sicherste Mittel, zu dem hurtigen Gebrauche der Vernunft, sowohl in Erfindung der noch verborgenen, als in Beurtheilnng der bereits erfundenen Wahrheit zugelangen, und sich von der schädlichen Herrschaft der Imagination zubefreyen, das ist, alle Irrthümer und Vorurtheile glücklich zu vermeiden. Und aus dieser Absicht liessen die alten Griechen niemand studiren, er hätte denn zuvor die Rechenkunst und Geometrie inne: welchem löblichen Exempel heut zu Tage die Franzosen nnd Engelländer rühmlich und mit großem Nutzen nachfolgen.

Wer die Geheimnisse der Natur zu erforschen Lust hat, und sich darüber vergnügt, wenn er die unermeßliche Weisheit und Macht des allein weisen und allmächtigen Schöpfers und Erhalters der Welt nicht aus Unwissenheit, sondern mit Verstande in seinen herrlichen Werken bewundern, und die Creatur, so wohl sich, als andern zu seinem Dienste, nach dem Befehle des HErrn, unterthänig machen kann; der wird durch Hülfe der Mathematik in kurzem in dieser Arbeit weiter kommen, als er jemals möglich zu seyn erachtet hätte; hingegen ohne ihren Beystand nur immer anfangen und nichts vollenden, ja wenn er es weit bringt, den Schatten für das Weesen halten, ich will sagen, mit leeren Worten der Kräfte, Seelen und Geister sich und andere Unverständige bethören, folglich sowohl von einer deutlichen Erkänntniß der Macht und Weisheit GOttes als von der Herrschaft über die Creatur weit entfernet bleiben. Zeit und Ort wollen es nicht leiden, daß ich solches aus der Beschaffenheit der natürlichen Dinge erweisen kann. Derowegen will ich dieses bis zu anderer Gelegenheit verspahren, und begnüge mich jetzt, das Zeugniß des berühmten

ten *Boyle* anzuführen, welcher in der Experimentalphilosophie und Chymie mehr gethan hat als andere, und mehr darauf verwendet hat, als viel mit einander selten verwenden werden. Er schreibet aber in seinen Considerationibus circa utilitatem Philosophiæ naturalis experimentalis *Exercitat.* 6. §. 2. *p. m.* 483. also: Unerachtet ich mich vor diesem bemühet habe, Keplers und anderer neuern *Astronomorum* ungereimte Meinung zu behaupten, daß die Mathematik einen gar nicht geschickter mache, die Erkänntniß der natürlichen Dinge leichter zuerlangen; so muß ich doch aufrichtig gestehen, daß, nachdem mir meine Experimente, insonderheit die mechanischen, den großen Nutzen der Mathematik in der Physik handgreiflich zuerkennen gegeben, ich schon öfters gewünscht habe, daß ich auf die Theorie in der Geometrie und auf die Algebra, welche ich noch als ein Knabe erlernet habe, den größten Theil der Zeit und des Fleisses gewendet hätte, welchen ich mit der Planimetrie und Fortification (wovon ich einen ganzen Tractat selbst ge-

 schrie-

schrieben) und mit andern practischen Theilen der Mathematik zugebracht habe. Und in der Vorrede über seine nova experimenta de vi aëris elastica lesen wir folgende Worte: Ich besorge, daß ich die in der Mathematik erfahrnen Leser werde um Verzeihung bitten müssen, daß ich einige Dinge nicht so genau abgehandelt habe, als geschehen wäre, wenn ich die Mathematik besser verstanden hätte. Allein was braucht es weiter Zeugniß, da die Sachen selbst reden? hat man nicht durch die Mathematik die Structur des großen Weltgebäudes, die ewigen Gesetze der Bewegung der großen Weltkörper, die wahre Beschaffenheit und Eigenschaften derselben und die Ursachen ihrer Bewegung in der Astronomie erfunden und dadurch erhalten, daß sie uns zu Zeugen der unaussprechlichen Majestät des großen GOttes und zu untrüglichen Zeichen der Zeit in der Chronologie dienen müssen, wozu sie von dem HErrn gesetzt worden sind? Hat man nicht durch die Mathematik die Natur des Lichts und der Farben, und die unveränderlichen Gesetze des Sehens in den optischen Wissenschaften heraus gebracht, und dadurch die

wahre Beschaffenheit aller Empfindung deutlich erläutert, auch die Natur so glücklich beherrscht, daß sie uns muß sehen lassen, was sie vor uns versteckt hat? Hat man nicht durch die Mathematik in der Mechanik und Hydraulik die Gesetze der Bewegung; in der Hydrostatik die Gesetze der Schwere ersonnen? Und wer ist in den Schriften der Physicorum so wenig erfahren, daß er nicht wüßte, was diese Wissenschaften der Erkänntniß der natürlichen Dinge beytragen, und wie sie es unvermerkt lichte machen, da andere in einer egyptischen Finsterniß sitzen? Habe ich nicht in meinen Elementis Aërometriæ gewiesen, mit was für Nutzen man die Mathematik auf die Experimente applicire, und wie daher allein die völlige Gewißheit in der Physik komme? Mit einem Worte, es wird niemand läugnen, daß die Mathematik der Schlüssel zu den fest verwahrten Schätzen der Natur sey, als welcher noch nichts damit aufgeschlossen hat.

Fragt einer nach den Wissenschaften, welche in dem menschlichen Leben großen Nutzen haben; so trage ich kein Bedenken, die mathematischen zu nennen. Wäre mir vergönnet, weitläuftig zuseyn, so wollte ich zei-

gen

gen, wie die Rechnung haushalten hilft, und mit der Geometrie viele Vortheile zeigt, welche man in der Haushaltung öfters übersehen würde; wie die Arithmetik, Geometrie, Baukunst, Mechanik und Hydraulik einen jeden Hausvater vorsichtig macht; wie die meisten mathematischen Wissenschaften, als die Arithmetik, die Baukunst, Mechanik, Hydraulik, Hydrostatik, Optik und Astronomie kein Reisender entrathen kann, wo er nicht der größten Anmuth und des meisten Nutzens, welchen er von dem Reisen haben kann, sich unverantwortlich berauben will; was für Nutzen Cammerräthe großer Herren, Juristen in den Facultäten, Personen in dem Rathe und andern Gerichten, imgleichen alle Künstler von einigen mathematischen Disciplinen zugewarten haben; mit einem Worte: wie der größte Theil der irrdischen Glückseeligkeit auf die Mathematik erbauet sey, und ohne sie keine Republik wohl bestellt werden kann. Allein weil diese Dinge größten Theils einem jeden, welcher sich umsieht, in die Augen fallen, so habe ich um so viel weniger nöthig, viel Worte davon zumachen.

Weil

Weil nun die mathematischen Wissenschaften von so vielfältigem Nutzen sind, ich aber die Zeit über, da ich in Leipzig und Halle dieselben der studirenden Jugend erkläret, aus eigener Erfahrung befunden habe, daß es an einem solchen Buche fehle, durch welches man ohne Umwege allen Lernenden nach ihren ganz verschiedenen Absichten ein Genügen thun, auch ihnen die Repetition, so viel möglich, erleichtern könnte; so habe ich desto lieber diesen Mangel durch meine Arbeit zuersetzen getrachtet, je mehr mich andere dazu aufgemuntert und sich einigen Nutzen davon versprochen haben. Damit aber dieses Werk mit rechten Augen angesehen werde, so muß ich etwas weniges von dessen Einrichtung erinnern. Denenienigen zu Liebe, welche die Mathematik zuerlernen gedenken, wie sie in dem menschlichen Leben, und auf Reisen genützet werden kann, habe ich alle practischen Theile ausführlicher abgehandelt, als bisher in keiner Anleitung vor Anfänger geschehen ist. Und da jeder Gedanke seinen besondern Namen führet; so werden diejenigen leicht sehen, was sie zuübergehen haben, welche bloß auf die Ausübung sehen. Sie werden sich nämlich

in

in der Arithmetik mit den Erklärungen und Aufgaben, in der Geometrie mit den Erklärungen, einigen Lehrsätzen nnd Aufgaben ohne ihren Beweis, in der Trigonometrie mit den Erklärungen und wenigen Aufgaben begnügen können. In der Baukunst und Artillerie wird nichts nöthig zuübergehen seyn. In der Fortification können sie die trigonometrischen Rechnungen weglassen. In der Mechanik und Hydrostatik den Beweis einiger Lehrsätze. Die Aerometrie und Hydraulik enthält nichts schweres. Aus der Optik und Astronomie, imgleichen der Geographie, erwählen sie nur dasjenige, was ohne die Trigonometrie und die geometrische Theorie erkannt werden kann. Die Chronologie und Gnomonik ist durchgehens von schweren Beweisen frey. Die sphärische Trigonometrie und Algebra haben sie nicht nöthig. Ich rede aber jetzt nur von Leuten, welche wenige Geduld haben: denn sonst dürfen sie nichts als die Algebra und die astronomischen Rechnungen mit der sphärischen Trigometrie übergehen. Die nun aber durch die Mathematik zu hurtigem Gebrauche ihrer Vernunft gelangen wollen, und nach gründlicher Erkänntniß der Na-

tur und Kunst trachten; werden in diesen Anfangsgründen einen ebenen Weeg dazu finden. Nur müssen sie alles in der Ordnung durchgehen und öfters überdenken, ohne daß sie die Baukunst, Artillerie und Fortification weglassen können, wenn sie dazu keine Lust haben. Absonderlich aber ist neben der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie, ihnen die Algebra und geometrische Astronomie nöthig. Ich habe die mathematische Lehrart so viel möglich observiret, und mich einzig und allein an die Ordnung gebunden, wie die Sachen am leichtesten aus einander fliessen. Die Theorie ist mit der Praxi beständig verknüpft worden, damit sie nicht unangenehm würde. In der Geometrie ist der Kern von allen Lehrsätzen enthalten, damit man überall auskommen kann, wenn man es gleich weit zubringen gedenket. Die meisten Beweise sind aus den drey Lehrsätzen von der Gleichheit der Triangel hergeleitet, daß es dannenhero denen Anfängern nicht schwer fallen kann, derselben zugewohnen, zumal, wenn entweder der Lehrer, oder sie selbst alles durch die gebrauchten Zeichen vor sich schreiben, was in den angenommenen Bedingungen der Lehrsätze,

oder

oder in den Auflösungen der Aufgaben enthalten, und woraus durch vorhergehende Lehrsätze geschlossen wird. In den Auflösungen habe ich alles, was zu thun ist, hinter einander gleichsam an den Fingern hergezählet, und die Exempel in Rechnungen ganz mit hinein drucken lassen, auch durch verschiedenen Druck die verschiedenen Sachen von einander unterschieden, damit die Imagination nicht geirret, und dadurch der Verstand in dem Nachdenken gestöhret werde. Ich habe diese Anfangsgründe deutsch geschrieben, weil sie unsern Deutschen zu Dienste stehen sollen. Die Kunstwörter habe ich nach dem Exempel der Franzosen, Engelländer und anderer Ausländer behalten, und ihnen nur unserer Mundart gemässe Endungen gegeben. GOtt aber gebe seinen Seegen, damit man von meiner wenigen Arbeit den Nutzen habe, welchen ich jedem von Herzen wünsche! Halle, den 1. August 1710.

Kur-

# Kurzer
# Unterricht
von der
# Mathematischen Methode,
oder
# Lehrart.

# Vorrede.

Es ist viel daran gelegen, daß man die mathematische Lehrart wohl verstehe. Denn wenn man weiß, was sie zu sagen hat; giebt man nicht allein auf die Lehren, die vorgetragen werden, genau Acht, und erkennet die Ursache ihrer unwidersprechlichen Gewißheit, sondern man lernet auch dieselbe desto hurtiger in anderen Wissenschaften anbringen. Dieser Nutzen aber ist allein zulänglich, alle und jede, die sich auf das Studiren legen, zu Erlernung der Mathematik zu verbinden, wenn sie gleich sonst ihre Wahrheiten die ganze Zeit ihres Lebens zu nichts brauchen würden. Und aus dieser Absicht pflegen auch alle Verständigen mit sonderbarem Eifer die Mathematik den Studirenden zu recommendiren. Ich begnüge mich jetzt, nur den Locke in seinem Tractat von der Leitung des menschlichen Verstandes p. 30. (welcher nebst einigen seiner anderen Werke nach seinem Tode zu Londen 1706. heraus gekommen,) den Malebranche in seinem Werke von der Erfindung der Wahrheit (lib. 6. c. 4. & 5.) und den Herrn von Tschirnhausen in seiner Einleitung zur Mathesi und Physica, darinnen er den Nutzen dieser beyden Wissenschaften vorstellet, und die Art, selbige zu studiren, beschreibet, anzuführen. Und zwar führe ich diese drey Männer vor allen andern darum an, weil sie für die besten Kenner des menschlichen Verstandes gehalten werden. Die mathematische Lehrart habe ich in meinem Buche von den Kräften des menschlichen Verstandes ausführlich

erkläret, und ihren vielfältigen Nutzen gezeiget. Doch weil diese kürzere Nachricht damals in diesen Anfangsgründen der mathematischen Wissenschaften ihren Platz gefunden, ehe jenes heraus kam; so wollen wir sie auch jetzt in dieser wiederholeten Auflage nicht daraus vertreiben. Es hat sonst der Herr von Tschirnhausen die mathematische Lehrart in vielen Stücken gar geschickt in seiner Medicina mentis erläutert: welches Buch alle mit Bedacht durchlesen sollen, die den Gebrauch der Kräfte ihres Verstandes erlernen wollen. Doch wird in diesem kurzen Berichte der geneigte Leser vielleicht noch eines und das andere finden, welches er auch in dem angeführten vortreflichen Werke vergebens suchet. Und darf ich ohne Scheu sagen, wer diesen kleinen Unterricht zuvor gelesen, wird des Herrn von Tschirnhausens Medicinam mentis viel besser und leichter, als sonsten verstehen können: Welches ich einem jeden Liebhaber der Wahrheit von Herzen wünsche.

Kurzer
# Unterricht
von der
# Mathematischen
# Lehrart.

§. 1.

Die Lehrart der Mathematicorum; das ist, die Ordnung, deren sie sich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den Erklärungen, gehet fort zu den Grundsätzen, und hiervon weiter zu den Lehrsätzen und Aufgaben: überall aber werden Zusätze und Anmerkungen nach Gelegenheit angehänget. Ordnung der mathematischen Lehrart.

§. 2. Die Erklärungen (*definitiones*) sind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterschieden werden, und daraus man das Uebrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es sind aber dieselben zweyerley: Entweder Erklärungen der Wörter (*definitiones nominales*), oder Erklärungen der Sachen (*definitiones reales*). Was Erklärungen sind.

Was Erklärungen der Wörter sind.

§. 3. Die Erklärungen der Wörter geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kann, die einen gegebenen Namen führet. Als wenn in der Geometrie gesaget wird, ein Quadrat sey eine Figur, welche vier gleiche Seiten und gleiche Winkel hat. Denn durch die Zahl der Seiten wird das Quadrat von allen übrigen Figuren, die keine Vierecke sind, durch die Gleichheit der Seiten und Winkel aber von allen übrigen Vierecken unterschieden. Und also reichen die angegebenen Kennzeichen zu, diese Figur von allen übrigen zu unterscheiden.

Was Erklärungen der Sachen sind.

§. 4. Die Erklärungen der Sachen sind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weise, wie die Sache möglich ist, als wenn in der Geometrie gesaget wird: Ein Circul werde beschrieben, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct beweget. Denn hieraus begreifet man, daß ein Circul möglich ist. Was man wirklich machen kann, muß auch möglich seyn.

Was ein Begriff ist.

§. 5. Wir nennen einen Begriff eine jede Vorstellung einer Sache in dem Verstande.

Was ein klarer Begriff ist.

§. 6. Es ist aber mein Begriff klar, wenn ich aus meinen Gedanken die Sache erkennen kann, so bald sie mir vorkommet, als z. E. daß ich weiß, es sey diejenige Figur, welche man einen Triangel nennet.

Was ein dunkeler Begriff ist.

§. 7. Hingegen ist der Begriff dunkel, wenn meine Gedanken nicht zulangen, die Sache, so mir vorkommet, zu erkennen, als wenn mir eine Pflanze gezeiget wird, und ich bin zweifelhaft, ob es eben dieselbige sey, die ich zu anderer Zeit gesehen, und die diesen oder jenen Namen führet.

Was ein deutlicher Begriff ist.

§. 8. Der klare Begriff ist deutlich, wenn ich einem sagen kann, aus was vor Merkmaalen

ich

ich die vorkommende Sache erkenne, als wenn ich sage: ein Circul sey eine in eine in sich selbst laufende krumme Linie eingeschlossene Figur, deren jeder Punct von dem Mittelpuncte desselben gleich weit weg ist. Es gehöret auch hieher das Exempel von dem Quadrate (§. 3.)

§. 9. Ein klarer Begriff aber ist undeutlich, wenn man einem die Merkmaale nicht sagen kann, daraus man die vorkommende Sache erkennet: dergleichen ist der Begriff, den man von der rothen Farbe hat. Was ein undeutlicher Begriff ist.

§. 10. Es ist ein deutlicher Begriff vollständig, wenn man auch von den Merkmaalen, die er einschließt, deutliche Begriffe hat. Als wenn man in der angegebenen Erklärung des Circuls (§. 4.) auch einen deutlichen Begriff von der geraden Linie, von dem Puncte, von einem festen Puncte und von der Bewegung um denselben hat. Was ein vollständiger Begriff ist.

§. 11. Hingegen ist er unvollständig, wenn man von den Merkmaalen, die er in sich fasset, keine deutlichen Begriffe hat. Was ein unvollständiger Begriff ist.

§. 12. In den mathematischen Wissenschaften befleißiget man sich vor allen Dingen auf deutliche und vollständige Begriffe, sowohl in den Erklärungen der Sachen, als in den Erklärungen der Wörter, so weit als es nöthig ist, wenn man die Lehrsätze völlig erweisen will. Was für Begriffe in der Mathematik gelten.

§. 13. Daher findet man in folgenden Erklärungen keine Wörter, welche nicht entweder schon in den vorhergehenden erkläret worden, oder anderst woher als bekannt angenommen werden können. Beschaffenheit ihrer Erklärungen.

§. 14. Ja wenn man in einigen Fällen mit einem undeutlichen Begriffe vergnüget seyn kann, so muß er so beschaffen seyn, daß man zu ihm bald Wenn man mit einem undeutlichen-

Begriffe zufrieden. ohne Mühe gelangen kann, und dannenhero von einer Sache, um derer Gegenwart man sich nicht sonderlich zu bemühen hat.

Die erste Art Erklärungen zu finden. §. 15. Man gelanget zu den Erklärungen der Wörter auf verschiedene Weise. Der erste Weg ist, wenn man die Sache gegenwärtig wahrnimmet. Auf solche Weise erkennet man, daß eine Monds-Finsterniß eine Beraubung des Lichts im Vollmond sey.

Ausübung derselben. §. 16. Soll unsere Wort-Erklärung ein deutlicher Begriff werden, so müssen wir mit gutem Bedacht alles von einander unterscheiden, was sich unterscheiden läßt, auf jedes Anfangs ins besondere Acht haben, und nach dem alles gegen einander halten.

Die andere Art. §. 17. Wenn man die nach vorgeschriebener Art gefundene Erklärungen betrachtet, findet man zuweilen gewisse Umstände, die man weglassen kann; so bekommet man durch Weglassung derselben eine neue Erklärung, die mehreren Dingen, als die erste, zukommet. Z. E. Ich setze, ihr habet auf mehr gemeldte Weise den Begriff eines Dreyeckes bekommen, daß es ein Raum sey, der in drey Linien eingeschlossen ist. Lasset den besondern Umstand, daß drey derselben Linien seyn sollen, weg; so bleibet der Begriff einer Figur übrig, so in Linien eingeschlossen ist.

Die dritte Art. §. 18. Wenn man Erklärungen, sie mögen gefunden worden seyn, wie sie wollen, dergestalt überleget, daß man auf die besondern Umstände, dadurch die Sache in ihrer Art determiniret wird, Acht hat; so kann man durch Nachahmung andere ähnliche Umstände erdenken, und dadurch andere Sachen in ihrer Art determiniren. Und solchergestalt findet ihr abermals neue Erklärungen.

Z. E. Wenn ihr bedenket, daß eine Figur ein Dreyeck sey, rühre von dem besondern Umstande her, daß sie drey Seiten hat; so könnet ihr den Begriff in einen anderen verwandeln, und z. E. setzen, der Raum sey in vier, oder in fünf, oder in sechs Seiten u. s. w. eingeschlossen. Alsdenn habt ihr neue Erklärungen der Vierecke, Fünfecke, Sechsecke u. s. w.

Die vierte Art.

§. 19. Ja, wie ihr in der andern Art einige Umstände weglasset, so könnet ihr im Gegentheile auch neue hinzusetzen, welche die Sache in denen Dingen determiniren, so in der vorigen Sache noch undeterminiret sind. Z. E. Wenn ihr die Erklärung eines Dreyeckes überdenket, so findet ihr, daß in demselben nicht determiniret worden, ob die Linien gerade oder krumm, noch auch, ob sie gleich, oder ungleich seyn sollen. Setzet demnach erstlich, sie sollen gerade seyn: so habet ihr die Erklärung eines geradelinichten Dreyeckes. Setzet ferner, sie sollen alle drey einander gleich seyn: so habet ihr die Erklärung eines gleichseitigen Dreyeckes, u. s. w.

Die Möglichkeit der Erklärungen.

§. 20. Wenn ihr die Erklärungen auf die erste Weise gefunden, so seyd ihr gewiß, daß sie möglich sind. Denn, wer wollte zweifelen, daß dieses seyn könnte, welches ihr würklich antreffet? Eben so sind diejenigen möglich, welche ihr nach der anderen Art von möglichen absondert. Hingegen wenn ihr sie von den Erklärungen absondert, deren Möglichkeit ihr noch nicht erkannt habt; so wisset ihr auch nicht, ob dieselben möglich sind, oder nicht. Z. E. Wenn ihr würklich wahrgenommen, daß ein Raum in drey gerade Linien eingeschlossen sey, so habt ihr keinen Zweifel darüber, ob ein Raum in drey gerade Linien könne

eingeschlossen werden, oder nicht, das ist, ob die Erklärung des geradelinichten Dreyeckes möglich sey, oder nicht. Wenn ihr nun den Begriff einer Figur davon absondert, daß sie ein Raum sey, der in Linien eingeschlossen ist; so ist gleichfalls gewiß genug, daß ein Raum in Linien eingeschlossen werden kann. Derowegen könnet ihr diese Erklärungen als unwidersprechliche Gründe der Erkenntniß annehmen, und versichert seyn, alles dasjenige, was durch richtige Schlüsse aus ihnen hergeleitet wird, sey gleichfalls möglich.

Wenn sie untersuchet werden muß.

§. 21. Hingegen verhält es sich ganz anderst mit den Erklärungen, welche nach der dritten und vierten Manier ausgesonnen werden. Denn wenn ihr nach der dritten Manier (§. 18.) die besonderen Umstände, dadurch die Sache in ihrer Art determiniret wird, in andere ähnliche verwandelt: so könnet ihr nicht wissen, ob es möglich sey, daß durch die willkührlich angenommenen Umstände eine Sache determiniret werden kann. Z. E. Wenn ihr wisset, ein Raum kann in drey Linien eingeschlossen werden; so ist daraus noch nicht klar, daß er auch in vier, in fünf und in sechs Linien eingeschlossen werden kann. Eben so ist euch in der vierten Manier unbekannt, ob die willkührlich hinzugesetzten Umstände, dadurch ihr eine Sache genauer zu determiniren gesucht, möglich sind. Denn, wenn gleich ein Raum z. E. in drey gerade Linien eingeschlossen werden kann; so folget daraus noch nicht, daß alle drey Linien einander gleich seyn können. Denn in beyden Fällen kann eure Willkühr nichts möglich machen; sondern die Möglichkeit beruhet auf der Natur und Beschaffenheit der Sachen. Und derowegen müsset ihr aus dieser dieselbe zu erweisen euch bemühen, woferr-

ferne ihr auch diese Erklärungen als unwidersprechliche Gründe der Erkenntniß annehmen wollet. Dannenhero als *Euclides* die Erklärung des gleichseitigen Dreyeckes nach der vierten Manier gefunden hatte; zeigte er bald in der ersten Aufgabe, wie ein gleichseitiges Dreyecke auf einer jeden angegebenen Linie construiret werde, um die Möglichkeit desselben unter andern mit darzuthun.

§. 22. Was die Erklärungen der Sachen betrift, so zeigen dieselbigen, wie eine Sache möglich ist, das ist, auf was für Art und Weise sie entstehen kann (§. 4.) Und derowegen hat man bey ihnen auf zweyerley zu sehen, nämlich auf diejenigen Dinge, welche zu ihrer Möglichkeit etwas beytragen. Z. E. Wenn ein Circul erkläret wird, daß er entstehe, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct herum beweget; so erfordert man zu seiner Möglichkeit einen Punct und eine gerade Linie, der Punct soll unbeweglich seyn, und also die Bewegung der Linie reguliren, die gerade Linie aber soll sich dergestalt bewegen, daß sie wieder an den Ort kommet, wo die Bewegung sich angefangen. Was bey den Erklärungen der Sachen zu bedenken.

§. 23. Es werden aber die Erklärungen der Sachen auf viererley Weise gefunden. Einmal geschiehet solches, wenn man viele mögliche Dinge die man erkannt hat, mit einander verknüpfet, und dadurch was neues heraus bringet, als wenn man die einfachen Maschinen mit einander verknüpfet, damit eine andere zusammengesetzte heraus kommet, davon man zuvor gar keinen Begriff hatte. Und hier hat man öfters dem blinden Glücke vieles zu danken. Erster Weg, Erklärungen der Sachen zu finden.

§. 24. Es gehet schwerer her, wenn man aus der Worterklärung die Erklärung der Sache Der andere Weg.

finden

finden soll: in welchem Falle man vonnöthen hat, von allem demjenigen deutliche Begriffe zu suchen, was in der Worterklärung enthalten ist, und sich auf alles zu besinnen, was man sonst von diesen Dingen erkannt hat. Als wenn in der Astronomie gesagt wird, die Mondfinsterniß sey eine Beraubung des Lichts im Vollmond; so hat man zu überlegen, was man von dem Lichte und dem Monden weiß. Wenn man sich nun erinnert, daß das Licht nach geraden Linien fortgehet, und zur Zeit des Vollmonds, da eine Finsterniß geschiehet, die Erde zwischen der Sonne und dem Mond stehet, und das Licht, welches in den Mond fallen soll, auffänget; so wird man ohne Mühe erkennen, daß die Mondsfinsterniß entstehet, wenn der Mond in den Schatten der Erde kommet. Nämlich hier wird ausdemjenigen, was in der Wort-Erklärung angenommen wird, vermittelst anderer erkannten Wahrheiten durch Vernunftschlüsse herausgebracht, wie sie möglich ist, auf eben die Art und Weise, wie man in dem Beweise eines Lehrsatzes, durch Vernunftschlüsse aus dem, was man von ihr annimmet, vermittelst dessen, was man vorhin erkannt, herausbringet, was in dem Satze unter der angenommenen Bedingung der Sache beygeleget wird.

*Der dritte und vierte Weg.*

§. 25. Viel leichter kann man zu den Erklärungen der Sachen gelangen, wenn man entweder gegenwärtig ist, und Acht giebt, indem eine Sache formiret wird. Z. E. Wenn ein Circul beschrieben wird: oder wenn man zusammengesetzte Dinge in ihre Theile zergliedert, z. E. eine Uhr zerleget.

*Wie ihre Möglich-*

§. 26. Wenn nun die Erklärungen der Sachen ihre Richtigkeit haben, oder möglich seyn sol-

sollen, so muß man versichert seyn, daß derglei- chen Dinge seyn können, als darzu erfordert wer- den, und daß auch von ihnen herrühren kann, was ihnen beygeleget wird. Z. E. Will man versi- chert seyn, daß ein Circul durch die Bewegung um einen festen Punct könne beschrieben werden; so muß man gewiß seyn, daß eine Linie in einem unbeweglichen Puncte könne befestiget und doch um denselben beweget werden. keit zu untersuchen.

§. 27. Zu dieser Gewißheit gelanget man entweder durch die Erfahrung, oder durch die Erinnerung desjenigen, was man vorhin durch richtige Schlüsse gefunden. Z. E. Aus der Er- fahrung ist ohne vieles Nachsinnen klar, daß eine Linie an einem Puncte dergestalt befestiget wer- den kann, daß sie sich um ihn bewegen läßt. Hin- gegen, wenn ich ein dreyeckichtes Prisma beschrei- be, daß es entstehe, wenn sich ein Dreyecke an einer Linie herunter bewegt; wird durch richtige Schlüsse ausgemacht, daß drey Linien einen Raum einschliessen können. Denn, weil man von jedem Puncte zu jedem Puncte eine gerade Linie ziehen kann, so kann ein jeder Winckel durch eine gerade Linie geschlossen werden. Nun hat der Winckel zwey gerade Linien zu seinen Schenkeln: wenn er nun noch durch eine geschlossen wird, so ist der Raum nothwendig von drey geraden Linien eingeschlossen.

Weitere Ausführung des vorigen.

§. 28. In der Geometrie fället es nicht schwer, die Erklärung der Sachen zu finden. Denn die Bewegung der Puncte geben Linien; die Bewegung der Linien Flächen: die Bewegung der Flächen Körper. Wenn man also die Puncte, Linien und Flächen auf alle ersinnliche Art com- biniret, und ihnen nach und nach alle mögliche

Wie sie in der Geometrie zu finden.

Arten der Bewegung zueignet, so kommen die verlangten Erklärungen heraus, wie *Barrow* in seinen Lectionibus geometricis zeiget.

Was Grundsätze sind.

§. 29. Die Erklärungen sowohl der Wörter, als der Sachen, können entweder vor sich insbesondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen enthalten ist, und schließet etwas unmittelbar daraus: so nennen wir solches einen Grundsatz. Z. E. Wenn ihr bey der Erklärung des Circuls bedenket, daß die Linie, welche sich um den Mittelpunct herum beweget, immer einerley Länge behält; so werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpuncte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Diese Wahrheit nun ist ein Grundsatz.

Ihr Unterschied.

§. 30. Diese Grundsätze zeigen entweder, daß etwas sey, oder daß etwas könne gethan werden. Ein Grundsatz von der erstern Art ist, den wir erst aus der Erklärung des Circuls hergeleitet, daß nämlich alle Linien, die aus dem Mittelpuncte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Hingegen ein Grundsatz von der andern Art ist, der aus der Erklärung der geraden Linie fliesset, daß nämlich von einem jeden Puncte zu jedem Puncte eine gerade Linie könne gezogen werden. Im Lateinischen nennet man die Grundsätze der erstern Art *Axiomata*; die Grundsätze aber der andern Art *Postulata*.

Warum sie keinen Beweis erfordern.

§. 31. Weil nun die Grundsätze unmittelbar aus den Erklärungen gezogen werden, haben sie keines Beweises nöthig, sondern ihre Wahrheit erhellet, so bald man die Erklärungen ansiehet, daraus sie fließen. Man kann demnach nicht eher versichert seyn, ob der Grundsatz wahr sey oder

nicht,

nicht, bis man die Möglichkeit der Erklärungen untersuchet hat. Sonst weiß man nichts, als daß die Grundsätze richtig sind, wofern die Erklärungen möglich sind.

§. 32. Weil die Grundsätze keinen besondern Beweis erfordern; so pfleget man insgemein Grundsätze zu nennen, was so klar zu seyn scheinet, daß man es ohne Beweis annehmen kann. Und in diesem Verstande muß man das Wort nehmen, wenn man von den Grundsätzen *Euclidis* und anderer Geometrarum urtheilen will. Es entstehet aber daher ein großer Mißbrauch der Grundsätze, von welchem sich alle Ungewißheit in alle übrige Erkenntniß einschleichet. Jedoch wenn man die Sache genauer ansiehet, so nennet *Euclides* solche Sätze Axiomata, denen ein gemeiner Begriff zukommet, welcher dadurch deutlich ausgesprochen wird. Dergleichen sind in der Arithmetik der andere, siebente und achte (§. 29. 36. 37. *Arithm.*). Mißbrauch der Grundsätze.

§. 33. Mit den Grundsätzen werden auch unterweilen die Erfahrungen vermenget. Man nennet aber eine **Erfahrung**, was man erkennet, wenn man auf seine Empfindungen Acht hat. Z. E. Ich sehe, daß, wenn ein Licht angezündet wird, alle Dinge um mich sichtbar werden: diese Erkenntniß wird eine Erfahrung genennet. Was Erfahrungen sind.

§. 34. Die Erfahrungen sind demnach Sätze von einzelnen Dingen, weil man nichts als einzelne Dinge empfinden kann. Dannenhero wer sich auf die Erfahrung berufet, ist verbunden, einen besondern Fall anzuführen, wenn sie nicht so beschaffen ist, daß man entweder dieselbe bald haben kann, wenn man sie verlanget, oder sich bald darauf besinnet, weil man sie schon öfters gehabt. Von was für Sachen sie handeln.

Dieses nimmt man in der Mathematik genau in Acht. Denn wenn man z. E. in der Astronomie von der Bewegung der Sonne redet, führet man keinen besonderen Fall an, daß die Sonne auf- und untergehet, indem es ein jeder alle Tage siehet. Hingegen, wenn man von der scheinbaren Größe der Sonne redet, führet man besondere Fälle an, wie groß nämlich ihr Diameter zu dieser und einer anderen Zeit von diesem und jenem Astronomo durch Hülfe der dazu gehörigen Instrumente sey gefunden worden, weil diese Erfahrung nicht ein jeder haben kann, noch zu aller Zeit, wenn er sie verlanget.

Wie sie genau zu unterscheiden.

§. 35. Auch findet man, daß die Mathematici die Erfahrung von demjenigen, was daraus geschlossen wird, genau unterscheiden: welches hingegen von anderen nicht geschiehet. Z. E. Es wird ein Licht angezündet, so fange ich an, um mich zu sehen, was vor meinen Augen vorher ganz verdeckt und verborgen war. Dieses ist die Erfahrung. Hingegen, wenn ich bedenke, daß das Licht die Ursache sey, warum die Sachen gesehen werden, die im Finstern unsichtbar waren, und dabey überlege, daß die natürlichen Dinge unter einerley Umständen immer einerley Wirkung haben; so ist bey mir kein Zweifel übrig, daß, wenn auch zu anderer Zeit an einem anderen Orte im Finstern ein anderes Licht werde anfgesteckt werden, man gleichfalls sehen werde, was im Finstern verborgen lag. Und dannenhero schließe ich: Das Licht macht alles sichtbar, was es erleuchtet. Dieser allgemeine Satz ist nicht die Erfahrung selbst, sondern durch einen richtigen Schluß aus der Erfahrung hergeleitet worden.

§. 36.

§. 36. Wenn die Art und Weise bekannt ist, nach welcher aus der Erfahrung dergleichen Sätze hergeleitet worden, kann man diese ohne jene beybringen. Z. E. Den größten Abstand der Sonne von dem Æquatore kann man nicht unmittelbar selbst messen, sondern man leitet ihn her aus der vorher gefundenen Höhe des Aequatoris, und der im Mittage des Solstitii observirten Höhe der Sonne. Wenn ich nun hiervon meine Erfahrung beybringen will, so ist eben nicht nöthig, daß ich die Mittagshöhe der Sonne, die ich observiret, mit angebe; sondern wenn bekannt ist, wie groß ich des Aequatoris Höhe annehme, darf ich nur bald sagen, wie groß ich den gemeldeten Abstand der Sonne von dem Aequatore gefunden. Alsdenn weiß auch ein jeder, wie groß die Mittagshöhe der Sonne gewesen. Kann man aber nicht aus dem angeführten Satze errathen, wie ihn einer aus seiner Erfahrung hergeleitet; so ist er allerdings schuldig, dieselbe in ihrem besonderen Falle anzuführen, damit man urtheilen kann, ob er durch richtige Schlüsse auf seinen Satz kommen sey, oder nicht. Denn daß einer etwas durch den Einfall der äusserlichen Dinge in unsere Sinne empfunden, kann er nicht erweisen, sondern er fordert mit Recht, daß man es ihm glaube. Hingegen wie er geschlossen, muß durch den Verstand beurtheilet werden, und demnach kann keiner mit Recht fordern, daß man ihm dieses glaube.

Wenn man die Erfahrung selbst nicht anführen darf.

§. 37. Wenn man verschiedene Erklärungen gegen einander hält und daraus schließt, was durch einzeler Betrachtung zu erkennen, unmöglich war, so nennet man solches einen Lehrsatz (Theorema.) Z. E. Wenn man in der Geometrie einen Tri-

Was ein Lehrsatz ist.

angel mit einem Parallelogrammo vergleichet, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat, und in dieser Vergleichung theils unmittelbar aus den Erklärungen dieser beyden Flächen, theils aus andern Eigenschaften derselben, die aus ihren Erklärungen schon vorher gefunden worden, schließt, daß der Triangel nur halb so groß ist, als das Parallelogrammum: wird dieser Satz, der **Triangel ist die Hälfte eines** *Parallelogrammi*, **welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat**, ein Lehrsatz genennet.

Was bey einem Lehrsatze zu bedenken.

§. 38. Es ist aber bey jedem Lehrsatze auf zweyerley zu sehen, nämlich einmal auf den Satz, darnach auf den **Beweis**. Jener saget aus, was einer Sache unter gewissen Bedingungen oder demjenigen, was von ihr angenommen wird, zukommen kann, oder nicht: dieser aber zeiget, wie unser Verstand dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sache gedenken kann.

Theile des Satzes.

§. 39. Nichts ist schlechterdinges möglich, ausser das selbstständige Wesen; sondern alles hat seinen Grund, warum es ist. Derowegen muß ein richtiger Satz keinen von den Umständen auslassen, unter welchen dasjenige möglich ist, was in ihm bekräftiget wird, das ist, man muß von der Sache, von welcher man etwas bekräftiget, dasjenige annehmen, um deswillen von ihr dieses bekräftiget werden muß. Z. E. Der Triangel ist die Hälfte eines Parallelogrammi, wenn beyde Figuren einerley Höhe und Grundlinien haben. Soll nun der Satz richtig seyn, so muß er die Bedingung von der Gleichheit sowohl der Grundlinien, als der Höhen, nothwendig in sich fassen. Und

solchergestalt kann man jeden Satz in zwey Theile zertheilen, nämlich in die Bedingung, unter welcher etwas bekräftiget oder verneinet wird, und in die Aussage welche dasjenige in sich begreift, so bekräftiget oder verneinet wird. Jene pflegen wir im Lateinischen Hypothesin; diese aber Thesin zu nennen. Z. E. In dem angezogenen Satze ist die Bedingung, wenn ein Triangel und Parallelogrammum einerley Grundlinie und Höhe haben; die Aussage aber, so ist der Triangel die Hälfte des Parallelogrammi.

§. 40. Demnach zeiget mir jederzeit die Bedingung, in welchem Falle die Aussage statt findet, und machet, daß ich niemals den Satz unrecht anbringen kann. Und dannenhero hat man einen jeden Satz in diese zwey Theile zu zerlegen. Es ist aber zu merken, daß zuweilen die Bedingung nicht deutlich ausgedruckt wird, wenn sie nämlich in der Erklärung der Sache enthalten ist. Z. E. Wenn ich sage: Alle drey Winkel in einem Triangel zusammen genommen, machen 180 Grade: so scheinet keine dergleichen Bedingung in dem Satze enthalten zu seyn. Setzet aber an statt des Wortes Triangel nur seine Erklärung hin; so werdet ihr bald die Bedingung wahrnehmen. Der Satz wird also lauten: Wenn eine Figur in drey gerade Linien eingeschlossen ist, so machen ihre drey Winkel zusammen genommen, 180 Grade. Hier ist also die Bedingung, unter welcher etwas ausgesaget wird, diese, daß der Raum in drey gerade Linien eingeschlossen seyn soll. Nämlich alsdenn wird von der Sache angenommen, was in ihrer Erklärung enthalten ist.

*Nutzen der Bedingung, so in jedem Satze enthalten.*

§. 41. Die Aussage nun findet unter der Bedingung, so im Satze enthalten, bey der Sache

*Beschaffenheit der Aussage.*

bloß statt. Denn, weil bey einer Sache dasjenige anzutreffen ist, was die Bedingung in sich fasset; so kommet ihr auch das andere zu, welches die Aussage von ihr bekräftiget, oder es kann ihr nicht zugeeignet werden, was dieselbe von ihr verneinet. Solchergestalt ist klar, daß man bey jedem Lehrsatze sich zweyerley von einer Sache gedenket, und zwar das andere um des ersteren willen, oder auch, daß man sich das andere von einer Sache nicht gedenken kann, gesetzt, man denke sich das erste von ihr. Z. E. Wenn ich den Lehrsatz vor mir habe: ein Triangel, der mit einem Parallelogrammo einerley Grundlinie und Höhe hat, ist die Hälfte desselben; so gedenke ich mir erstlich von dem Triangel, er habe einerley Grundlinie und Höhe mit einem Parallelogrammo: darnach, er sey die Hälfte desselben. Das letztere gedenke ich mir um des ersten Willen.

Beschaffenheit des Beweises.

§. 42. Soll nun der Satz richtig seyn, so muß sich eine nothwendige Verknüpfung meiner Gedanken finden, so daß, wenn ich mir gedenke, was die Bedingung in der Sache erfordert, es mir unmöglich fället, das Gegentheil dessen von ihr zu gedenken, was in der Aussage bekräftiget wird. Oder auch, wenn ich mir gedenke, was die Bedingung in der Sache setzet, muß ich mir unmöglich von ihr gedenken können, was in der Aussage von ihr verneinet wird. Der Beweis nun entdecket in dem erstern Falle die nothwendige, in dem andern aber die unmögliche Verknüpfung meiner Gedanken.

Gründe des Beweises.

§. 43. Solchergestalt sind die Gründe des Beweises theils die Erklärungen derjenigen Wörter

ter und Sachen, die so wohl in der Bedingung als in der Aussage enthalten sind, theils die aus gedachten Erklärungen von eben diesen Sachen schon vorhin hergeleiteten, oder durch die Erfahrung bekannten Sätze. Weil man nun in der Mathematik nichts zu Gründen annehmen läßt, als was entweder in den vorhergesetzten Erklärungen, oder daher geleiteten Grund- und Lehrsätzen enthalten; so pfleget man die Erklärungen und Lehrsätze jederzeit anzuführen, auf welche man den Beweis gründet, theils, damit ein jeder siehet, daß die angenommenen Gründe des Beweises ihre Richtigkeit haben; theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt, oder auch wohl wieder vergessen haben, nachschlagen und sich ihrer Gewißheit versichern können.

§. 44. Es hat aber die Anführung der Erklärungen, Grund- und Lehrsätze, aus welchen der Beweis geführet wird, grossen Nutzen, und geschiehet dannenhero nicht ohne Ursache, daß man in der Mathematik jedem Gedanken seinen besonderen Namen giebt, diesen eine Erklärung, einen andern einen Grund- und Lehrsatz, noch einen andern eine Zugabe nennet. Denn, wenn mich der Beweis von der Richtigkeit des Satzes völlig überzeugen soll, so darf ich keinen Zweifel an seinen Gründen haben, sondern muß vielmehr von ihrer Richtigkeit völlig überführet seyn. Dannenhero zeigen mir die citationes, was man bey demjenigen als bekannt voraussetzen muß, den ich von der Richtigkeit eines jeden Lehrsatzes überführen will. Und weil die Erklärungen die ersten Gedanken sind, die Grundsätze aus ihnen unmittelbar fließen, hingegen die Lehrsätze entweder unmittelbar oder mittelbar aus ihnen hergeleitet

Nutzen der citationum.

werden; so siehet man bald aus der Anführung der Namen von jeder Wahrheit, die zum Grunde des Beweises geleget wird, ob man viel oder wenig voraus setzen muß, und in was für einer Ordnung man es anfänget, damit die Ueberführung statt finden kann. Ja, weil auch besondere Kunstgriffe sind, dadurch man einen von der Richtigkeit der Erklärungen; besondere, wodurch man ihn von der Richtigkeit der Grundsätze; und besondere, wodurch man ihn von der Richtigkeit der Lehrsätze überführet; so geben mir die angeführten Namen der Gründe des Beweises zugleich Gelegenheit, an die gehörige Manier zu gedenken, dadurch ich einen von der Richtigkeit der angenommenen Gründe des Beweises überzeugen kann.

Art aus den Gründen zu schliessen.

§. 45. Die Art und Weise, aus denen gesetzten Gründen zu schliessen, ist keine andere, als die längst in allen Büchern von der Logica oder Vernunftkunst beschrieben worden. Es sind die Beweise oder Demonstrationes der Mathematicorum nichts anders, als ein Haufen nach den Regeln der Vernunftkunst zusammengesetzter Schlüsse. Daß demnach in denselben alles durch die so genannten Syllogismos geschlossen wird, nur daß man zuweilen, oder wohl meistens, einen von den Vördersätzen wegläßet, weil er entweder dem Leser, der sich den Beweis zu gedenken bemühet, vor sich einfället, oder aus der beygefügten Citation sich leicht errathen läßet.

Erläuterung des Vorigen.

§. 46. Unerachtet es mir nicht schwer fallen würde, zu behaupten, daß kein überführender Beweis anderst geführet werden kann, als wenn unsere Gedanken nach den syllogistischen Regeln

auf

auf einander folgen; so ist doch hier diese Weitläufftigkeit unnöthig: denn, da die Frage allein von dem ist, was geschiehet; dürfen wir uns nur auf Exempel berufen. Es hat aber nicht allein *Clavius* solches an dem Beweise des ersten Lehrsatzes in den Elementis *Euclidis*; sondern auch *Herlinus* und *Dasipodius* durch einige Bücher dieser Elementorum, und *Henischius* durch die ganze Rechenkunst gewiesen.

§. 47. Die Aufgaben handeln von etwas, so gethan oder gemacht werden soll, und werden in drey Theile eingetheilet, in den Satz, die Auflösung und den Beweis. In dem Satze geschiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden soll. Die Auflösung erzählet alles, was man thun muß, und wie man eines nach dem andern zu verrichten hat, damit geschehe, was man verlanget. Endlich der Beweis führet aus, wenn das geschiehet, was in der Auflösung vorgeschrieben wird; so müsse man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze verlangte. Solchergestalt wird jede Aufgabe in einen Lehrsatz verwandelt, wenn sie bewiesen werden soll, in welchem die Auflösung die Bedingung, der Satz aber die Aussage gibet. Es heisset nämlich überhaupt: wenn man alles thut, wie es die Auflösung erfordert, so geschiehet, was man thun sollte. Dannenhero ist nicht nöthig, von den Aufgaben besonders weitläuftig zu handeln. Was Aufgaben sind.

§. 48. Zuweilen geschiehet es, daß man um besonderer Ursachen willen einen Satz auf einen besonderen Fall appliciret, oder auch aus ihm durch Schlüsse einen anderen Satz herleitet, indem Was Zusätze sind.

dem man um deswillen, was in dem Satze der Sache beygeleget wird, ihr noch weiter etwas zueignet. Dergleichen Arten der Warheiten werden Zusätze (Corollaria) genennet.

Unterscheid der Zusätze.

§. 49. Die erstere Art der Zusätze erfordert keinen Beweis. Denn was überhaupt von allen Fällen erwiesen worden, darf nicht insbesondere von einem von neuem dargethan werden. Z. E. Wenn man von einem jeden Triangel erwiesen, daß alle drey Winkel zusammen genommen, zwey rechten Winkeln gleich sind: so darf man nicht erst besonders von einem rechtwinkelichten Triangel erweisen, daß auch seine drey Winkel zusammen genommen, zweyen rechten Winkeln gleich sind. Hingegen die andere Art der Zusätze hat einen Beweis nöthig. Denn, wenn etwas aus anderen Sätzen hergeleitet wird, so muß man zeigen, auf was für Art eines aus dem anderen geschlossen wird. Z. E. Wenn einer zu dem gemeldeten Lehrsatze diesen Zusatz setzet: In einem rechtwinkelichten Triangel kann nicht mehr als ein Winkel ein rechter Winkel seyn; so hat er nöthig zu zeigen, wie dieser Zusatz aus dem Lehrsatze fliesset. Nämlich weil die drey Winkel zusammen zwey rechte Winkel sind, so bliebe für den dritten nichts übrig, wenn zwey wirklich rechte Winkel wären.

Was Anmerkungen sind.

§. 50. Endlich in den Anmerkungen, die so wohl den Erklärungen, als Grund- und Lehrsätzen, imgleichen den Aufgaben beygefüget werden, pfleget man dasjenige, was noch dunkel seyn möchte, zu erläutern, den Nutzen der vorgetragenen Lehren anzudeuten, die Historie der Erfindung beyzubringen, und was etwann sonst nützlich zu wissen vorfället.

§. 51.

§. 51. Wer die bisher erläuterte Methode oder Lehrart betrachtet, wird ohne Mühe inne werden, daß sie allgemein ist, und in allen Wissenschaften gebraucht werden soll, wenn man anderst richtige Erkenntniß der Dinge verlanget. Man nennet sie aber die mathematische, zuweilen auch gar die geometrische Methode oder Lehrart, weil bisher fast die Mathematici allein, sonderlich in der Geometrie, sich derselben in allem auf das genaueste bedienet. Die mathematische Lehrart ist allgemein.

§. 52. Und darum, weil in der Mathematik diese Lehrart auf das allergenaueste in Acht genommen wird, rühmet man von ihr, daß sie den Verstand des Menschen schärfe, das ist, geschickt mache, alle Dinge, die er erkennen lernet, tiefer und richtiger einzusehen, als ein anderer. Denn unerachtet eine richtige Logik oder Vernunftkunst keine andere Regeln mittheilet, als die in der mathematischen Lehrart beobachtet werden, wie man aus meinen Gedanken von den Kräften des Verstandes ersehen kann; so kann uns doch dieselbe nicht den Nutzen gewähren, den wir von der Mathematik haben, wenn wir sie mit Ernst treiben. Denn diese gewähret uns das Vermögen, die Regeln einer richtigen Logik auszuüben, als welches nicht anderst als durch viele Uebung, wie alle Fertigkeit des Verstandes, erreichet wird. Nutzen der Mathematik.

§. 53. Es werden also dieses vortreflichen Nutzens diejenigen nicht theilhaftig, welche bloß einige mathematische Aufgaben, und andere im menschlichen Leben zwar nützliche, aber vor und an sich selbst zur Mathematik eigentlich nicht gehö- Wer desselben nicht theilhaftig wird.

hörige Sachen lernen, oder auch von den mathematischen Warheiten nur eine gemeine Erkenntniß erlangen. Wie man aber die Mathematik tractiren müsse, damit man diesen Nutzen gewiß erreichet, habe ich in meiner Ratione Prælectionum und noch ausführlicher in dem fünften Theile meiner Elementorum Matheseos gezeiget.

# Ende des Unterrichts von der Lehrart.

# Anfangsgründe

der

# Rechenkunst.

# Vorrede.

Geehrter Leser!

Die meisten, welche von der Rechenkunst geschrieben, haben den Beweis der Regeln weggelassen. Einige als *Dechales* in seinem Mundo Mathematico, und *Tacquet* in seiner Theoria & Praxi Arithmeticæ, haben die Regeln zwar richtig erwiesen: allein sie sind unterweilen durch Umwege gegangen, und haben in der Weite gesucht, was sie in der Nähe viel leichter hätten haben können. Ich habe mich bemühet, den wahren Grund zu zeigen, indem ich alles aus dem wesentlichen Begriffe der Sachen hergeleitet, welcher ihre Möglichkeit deutlich vor Augen leget, und bringe dannenhero die Liebhaber der Wahrheit auf die rechte Spur, welcher die ersten Erfinder gefolget sind. Ob ich gleich aber nur auf die Dinge gedacht, welche ihren gewissen Nutzen haben; so zweifele ich doch nicht,

nicht, es werden einige vermeinen, als wenn ich zuweilen etwas Unnöthiges mit eingerückt hätte. Diese aber will ich freundlich gebeten haben, sie wollen nicht eher ihr Urtheil fällen, bis sie darthun können, daß etwas vorkomme, welches in den folgenden Theilen der Mathematik nicht wieder angewendet wird. Denn solchergestalt bin ich versichert, sie werden dergleichen Urtheil gar unterlassen. Von dem Nutzen der Rechenkunst ist nicht nöthig zu reden. Jedermann empfindet denselben, und wird ihn noch mehr verspüren, wenn er die mathematischen Wissenschaften studiret. Daß aber die Rechenkunst auch einige Regeln, zu Leitung des Verstandes in Erfindung und Untersuchung der Wahrheit, an die Hand gebe, ist in dem Werke selbst erinnert worden. Ich mache von ihr den Anfang, weil alle übrigen Theile der Mathematik ihre Erkenntniß voraus setzen.

# Anfangsgründe der Rechenkunst.

## Die 1. Erklärung.

1.

Die Rechenkunst ist eine Wissenschaft zu rechnen, das ist, aus einigen gegebenen Zahlen andere zu finden, von denen eine Eigenschaft, in Ansehung der gegebenen Zahlen, bekannt gemacht wird. Z. E. Man soll eine Zahl finden, die so groß ist, wie 6 und 8 zusammen genommen.

## Der 1. Zusatz.

2. Weil die Wissenschaft eine Fertigkeit andeutet, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumstößlichen Gründen unwidersprechlich darzuthun; so muß man nicht allein in Erklärung der Rechenkunst die Regeln zeigen, nach welchen man die verlangten Zahlen finden kann, sondern man muß auch deutlich begreifen, warum durch dieselben Regeln die verlangten Zahlen können gefunden werden.

## Der 2. Zusatz.

3. Die Rechenkunst ist ein besonderer Theil der Erfindungskunst, und kann man demnach durch reifes Ueberlegen von ihren Regeln die allgemeinen Maximen der Kunst, verborgene Dinge zu erfinden, absondern.

Anmer-

## Anmerkung.

4. Dergleichen haben in etwas gethan *des Cartes* in seinem Buche de Methodo, und *Malebranche* in seinem Werke von Erfindung der Wahrheit, so er in französischer Sprache unter dem Titel: la Recherche de la Verité herausgegeben. Auch gehöret hieher meistentheils, was der erstere von Leitung des Gemüths in Erfindung der Wahrheit geschrieben, so unter seinen Werken, die nach seinem Tode herauskommen, befindlich. Etwas umständlicher zeige ich solches in den lateinischen Elementis Arithmeticæ §. 125.

## Die 2. Erklärung.

5. **Wenn man viele einzelne Dinge von einer Art zusammen nimmt, entstehet daraus eine Zahl.** Und daher erkläret *Euclides* die Zahl durch **eine Menge der Einheiten.** Z. E. Wenn man zu einer Kugel noch eine andere leget, so hat man zwo Kugeln. Leget man noch eine dazu, so hat man derselben drey, u. s. w.

## Der 1. Zusatz.

6. Zählen heisset demnach so viel, als andeuten, wie viel Sachen von einer Art beysammen sind.

## Der 2. Zusatz.

7. Jede Sache, in so weit sie vor sich angesehen wird, macht Eines aus, und in so weit sie zu einer Zahl Anlaß geben soll, muß sie durch gewisse Eigenschaften dem Verstande vorgestellet werden. Denn alle diese Dinge, bey denen man solche Merkmaale findet, machen gleichfalls Eines aus, und diese Einheiten zusammen genommen, geben eine Zahl. Z. E. Eine Kugel hat diese Eigenschaft, daraus sie erkannt wird, daß alle Puncte

in

in ihrer Fläche von dem innern Mittelpuncte gleich weit abstehen. Wenn man nun diese Eigenschaft zum Merkmaale des Eines machet, so werden alle Körper, die eben dergleichen Eigenschaft haben, zu einem solchen Eines. Und eben diese Eigenschaft dienet mir zum Merkmaale, daraus ich erkennen kann, wie viel dergleichen Einheiten in einem gegebenen Orte anzutreffen, das ist, wie viel Kugeln vorhanden sind.

## Der 3. Zusatz.

8. Also erfordert jede Zahl eine gewisse Einheit, und lassen sich keine Zahlen mit einander vergleichen, noch zusammensetzen, welche nicht aus einerley Einheiten entstanden.

## Der 4. Zusatz.

9. Doch, weil das Wesen der Zahl bloß darinnen bestehet, daß man einerley Einheiten etlichemal zusammen nimmt (§. 5.); so hat man, in Erwägung der Zahlen überhaupt, keinesweges auf die Merkmaale der Einheiten zu sehen, die sich das Gemüthe in Zählung gewisser Dinge vorstellet: denn man stellet sich alsdenn dieselben bloß vor als Dinge von einer Art.

## Der 5. Zusatz.

10. Eine Zahl wird größer gemacht oder vermehret, wenn man andere Zahlen von ihrer Art hinzusetzet. Hingegen wird sie vermindert, wenn man eine oder mehrere Zahlen von ihrer Art wegnimmt. Und weiter kann man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen. (§. 5.)

## Der 6. Zusatz.

11. Wenn eine Zahl vermehret wird, sind die Zahlen, so zu ihr gesetzet werden, entweder alle vor sich, derselben gleich, oder sie sind größer und kleiner als die selbe. Und dannenhero sind zwey verschiedene Arten, eine Zahl zu vermehren.

## Der 7. Zusatz.

12. Eben so ist klar, daß, wenn eine Zahl vermindert wird, man entweder eine, oder mehrere kleinere Zahlen nach einander von ihr wegnimmt, oder auch nur eine Zahl so vielmal von ihr wegthut, als man kann. Und demnach sind zwo verschiedene Arten, eine Zahl zu vermindern.

## Der 8. Zusatz.

13. Da nun keine andere Veränderung mit den Zahlen vorgenommen werden kann, als daß sie vermehret oder vermindert werden (§. 10.); nicht aber mehr als zwo Arten der Vermehrung (§. 11.) und zwo Arten der Verminderung (§. 12.) möglich sind; so können auch aus gegebenen Zahlen keine andere gefunden werden, als durch diese Arten der Vermehrung und Verminderung. Nämlich, man kann eine Zahl finden, die so groß ist, wie verschiedene andere zusammen genommen, oder wie eine Zahl etlichemal genommen (§. 11.): imgleichen eine Zahl, welche mit einer gegebenen Zahl eine andere gegebene ausmacht, oder auch eine Zahl, welche andeutet, wie vielmal man eine gegebene Zahl von einer andern wegnehmen kann. (§. 12.)

## Anmerkung.

14. Diese vier Rechnungsarten werden mit besondern Namen Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und

Divi-

Dividiren genennet, um eine von der andern zu unterscheiden; Welche Namen hier ferner zu erklären sind, damit wir nicht allein kurz von ihnen reden können, sondern auch gewisse Merkmaale haben, daraus wir zu urtheilen vermögend sind, welcher man sich in jedem vorkommenden Falle zu bedienen hat.

## Die 3. Erklärung.

15. Addiren heisset eine Zahl finden, welche verschiedenen Zahlen zusammen genommen, gleich ist. Die gegebenen Zahlen werden die Summirenden; die gefundene aber wird die Summe oder das Aggregat genennet.

## Zusatz.

16. Weil eine jede Zahl von vielen Einheiten zusammengesetzt ist (§. 5.), so geschiehet das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach zählet.

## Anmerkung.

17. Die Einheiten der Zahlen stellet man sich Anfangs durch die Finger vor, und verrichtet das zum Addiren nöthige Zählen so lange durch die Finger, bis man in dem Gedächtnisse behalten, wie viel eine jede kleine Zahl, zu einer andern Zahl genommen, ausmachet, z. E. daß zwey und drey fünfe; sechs und achte aber vierzehen ist.

## Die 4. Erklärung.

18. Subtrahiren oder Abziehen ist so viel, als eine Zahl finden, welche mit einer gegebenen Zahl zusammen genommen, einer anderen gegebenen Zahl gleich ist. Die Zahl, welche durch Subtrahiren gefunden wird, heisset die Differenz oder der Unterscheid der gegebenen Zahlen.

## Zusatz.

19. Weil eine jede Zahl aus vielen Einheiten bestehet (§. 5.); so geschiehet das Subtrahiren, wenn man von der einen gegebenen Zahl die Einheiten der anderen nach und nach wegnimmt.

## Anmerkung.

20. Was in der Anmerkung über die vorhergehende Erklärung von dem Addiren (§. 17.) erinnert worden, findet auch hier bey dem Subtrahiren statt.

## Die 5. Erklärung.

21. Multipliciren ist eine Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, in welcher die eine von den gegebenen so vielmal enthalten ist, als die andere von ihnen Eines in sich begreift. Die Zahl, so gefunden wird, heisset das Product, oder *FACTVM:* Die gegebenen Zahlen werden die *FACTORES* genennet.

## Anmerkung.

22. Wenn man multipliciret, findet man eine Zahl, die so groß ist, wie eine andere etlichemal genommen (§. 13.) Also muß nothwendig die Zahl, welche etlichemal genommen werden soll, so vielmal in der gefundenen Zahl enthalten seyn, als diejenige, welche andeutet, wie vielmal man die eine gegebene nehmen soll, Eines in sich begreift.

## Zusatz.

23. Multipliciren ist also nichts anders, als eine Zahl ihr etlichemal zu selbst addiren (§. 15.).

## Die 6. Erklärung.

24. Dividiren ist eine Zahl finden aus zwoen gegebenen Zahlen, welche andeutet, wie viel-

mal

mal die eine von den gegebenen in der andern enthalten ist, und dannenhero Quotus oder der Quotient genennet wird.

### Der 1. Zusatz.

25. Also ist Dividiren nichts anders, als eine Zahl von einer andern so vielmal subtrahiren, als möglich ist (§. 18.).

### Der 2. Zusatz.

26. Und wie vielmal die eine gegebene Zahl (welche *Divisor* genennet wird) in der andern (die man den *Dividendum* nennet) enthalten ist, so viel mal muß Eines in dem Quotienten enthalten seyn.

### Der 1. Grundsatz.

27. Eine jede Zahl und Größe ist sich selber gleich.

### Anmerkung.

28. Man saget, daß zwo Zahlen einander gleich sind, wenn eine so viel Einheiten in sich hält, als die andere. Derowegen, weil jede Zahl aus ihren gehörigen Einheiten bestehet (§. 5. 8.), und nicht mehr dieselbe Zahl bleibet, wenn man eine hinzuthut, oder davon nimmet (§. 10. 13.); so ist nothwendig jede Zahl sich selber gleich. Es hat aber dieser Grundsatz seinen Nutzen, weil man eine Zahl ansehen kann, wie sie durch verschiedene Zusammensetzungen oder Veränderungen anderer Zahlen heraus kommet. Z. E. Sechs entstehet, wenn ich 4 und 2 addire; wenn ich 3 durch 2 multiplicire; wenn ich 2 von 8 subtrahire; wenn ich 12 durch 2 dividire. Also sind vermöge unseres Grundsatzes die Summe von 4 und 2, das Product aus 3 in 2. die Differenz zwischen 2 und 8, der Quotient aus 12 und 2, einander gleich. Anfänger verstehen diesen Nutzen nicht, der sich hauptsächlich im Erfinden und dahero auch in der Algebra zeiget.

## Der 2. Grundsatz.

29. Wenn zwo Zahlen oder Größen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

### Anmerkung.

30. Ich habe z. E. drey Haufen Geld. In dem ersten sind so viel Thaler, als wie in dem anderen; in dem dritten gleichfalls so viel, als in dem andern. Also müssen auch so viel in dem dritten, als in dem ersten, seyn.

## Der 3. Grundsatz.

31. Wenn man Gleiches zu Gleichem addiret, so kommen gleiche Summen heraus. Wenn man aber Gleiches zu dem Größeren und zu dem Kleineren addiret, so ist die Summe in dem erstern Falle größer, als in dem anderen (§. 15.).

## Der 4. Grundsatz.

32. Wenn man Gleiches von Gleichem subtrahiret, so bleibet Gleiches übrig. Wenn man aber Gleiches von dem Größeren und Kleineren subtrahiret, so bleibet in dem erstern Falle mehr übrig, als in dem anderen (§. 18.).

## Der 5. Grundsatz.

33. Wenn man Gleiches durch Gleiches multipliciret, so kommen gleiche Producte heraus. Wenn man aber das Größere und das Kleinere durch Gleiches multipliciret; so ist das Product in dem erstern Falle größer, als in dem andern (§. 21.).

## Der 6. Grundsatz.

34. Wenn man Gleiches durch Gleiches dividiret, so sind die Quotienten einander gleich. Wenn man aber das Größere und das Kleinere durch Gleiches dividiret; so ist der Quotient in dem erstern Falle größer, als in dem andern (§. 24.).

### Zusatz.

35. Daher, wenn zween ein Exempel rechnen, und keiner von beyden fehlet; muß einerley herauskommen; so sie aber verschiedenes herausbringen, muß wenigstens einer von beyden gefehlet haben.

## Der 7. Grundsatz.

36. Was größer ist, als eine von zwoen gleichen Größen, das ist auch größer, als die andere von ihnen.

## Der 8. Grundsatz.

37. Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich, und daher größer, als ein jeder von seinen Theilen.

## Der 1. willkührliche Satz.

38. Man gehe im Zählen nicht weiter fort, als bis zehen. Wenn man bis zehen gezählet, so fange man wieder von neuem an, nur daß man jederzeit darzu setze, wie vielmal man schon zehen gezählet.

### Anmerkung.

39. Dieses ist das allgemeine Gesetz, darnach man sich im Zählen richtet: und weil wir desselben von Jugend auf so gewohnet sind, scheinet es eine Nothwendigkeit zu ha-

ben. Allein es hat nicht allein Weigelius in seiner *Arithmetica Tetractica* gewiesen, daß man nur bis auf vier zählen könne; sondern der vortrefliche Leibnitz hat auch eine *Arithmeticam binariam* oder *dyadicam* erfunden, welche nicht über zwey zählet, und den Gelehrten, die verborgenen Eigenschaften der Zahlen zu untersuchen, dienen kann, indem sie dieselben in ihre ersten Elemente 0 und 1 auflöset (§. 5.) *Vid. Memoires de l' Academie Royale des Sciences A. 1703. p. 105. & seqq.* Die Ursache aber, warum man nur bis auf zehen zählet, ist sonder Zweifel daher zu holen, weil die Menschen die Sachen an ihren Fingern zu zählen pflegen, ehe sie sich im Rechnen geübet (§. 17.)

## Zusatz.

40. Also hat man für jede von den zehen Zahlen einen besonderen Namen vonnöthen, und wiederum andere Namen, dadurch die Vielheit der Zehener bemerket wird. Jene sind eines, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehen; diese aber zwanzig, dreyßig, vierzig, funfzig, sechszig, siebenzig, achtzig, neunzig, hundert.

## Der 2. willkührliche Satz.

41. Gleichwie man zehenmal zehen hundert nennet; also nenne man ferner zehenmal hundert tausend; tausendmal tausend eine Million; tausendmal tausend Millionen eine Billion, oder Doppelmillion; tausendmal tausend Billionen eine Trillion, oder dreyfache Million, u. s. w.

## Anmerkung.

42. Diese Benennung geschiehet bloß zu dem Ende, damit man sich in grossen Zahlen nicht verwirret; sondern von jedem Theile derselben einen deutlichen Begriff formiren kann: woraus der Nutzen der Kunstwörter erhellet.

Der

## Der 3. willkührliche Satz.

43. Die neun Zahlen bemerke man mit folgenden Zeichen: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. damit man aber auch die Zehener, Hunderte, Tausende, u. s. w. dadurch andeuten kann, so gebe man ihnen ihre Bedeutung von der Stelle, in welcher sie stehen. Nämlich wenn sie entweder allein, oder in der ersten Stelle zur Rechten anzutreffen sind, sollen sie Einer bedeuten; in der anderen Zehener, in der dritten Hunderte, in der vierten Tausende, u. s. w. Die leeren Stellen werden mit der Nulle (0) vollgefüllet, welche nämlich andeutet, daß in denselben keine Zahl anzutreffen.

## Die 1. Aufgabe.

44. Eine geschriebene Zahl auszusprechen, das ist, einem jeden Zeichen in derselben seinen Werth zuzueignen.

### Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten an gegen die Linke zu, vermittelst kleiner Strichlein, und eignet jeder Classe drey Stellen zu. Am Ende gegen die Linke mögen drey oder weniger übrig bleiben.
2. Ueber die Zahl, welche nach dem andern Strichlein kommet, machet einen Punct, und über die, so nach dem vierten folget, zween Puncte, u. s. w.
3. Sprechet ein blosses Strichlein durch Tausend aus, einen Punct durch Million, zween Puncte durch Billion, u. s. w. Hingegen die erste Zahl gegen die Linke in einer Classe durch

Hunderte, die mittlere durch Zehener, und die letzte durch Einer. So ist geschehen, was man verlangte. Z. E. wenn ihr folgende Zahl ausſprechen wollet: 2''', 125, 473'', 613, 578', 432, 597. so saget: Zwo Trillionen, hundert und fünf und zwanzig tausend, vierhundert und drey und siebenzig Billionen, sechs hundert und dreyzehen tausend, fünfhundert und acht und siebenzig Millionen, vier hundert und zwey und dreyßig tausend, fünf hundert sieben und neunzig.

Beweis.

Es ist alles klar aus den vorhergesetzten willkührlichen Sätzen (§. 38. 41. 43.).

Die 2. Aufgabe.

45. **Verschiedene Zahlen zu addiren.**

Auflösung.

1. Schreibet die gegebenen Zahlen dergestalt unter einander, daß die einfachen unter die einfachen, die Zehener unter die Zehener, die Hunderte unter die Hunderte u. s. w. zu stehen kommen (§. 8.).
2. Ziehet unter den geschriebenen Zahlen einen Strich, und
3. Zählet besonders zusammen die Einer, (§. 17.) und schreibet unter sie ihre Summe. Enthält die etliche Zehener in sich, so zählet dieselben zugleich mit den gegebenen Zehenern zusammen, und setzet ihre Summe gleichfalls unter die Reihe der Zehener. Wenn ihr so fortfahret, werdet ihr endlich die verlangte Summe aller Zahlen heraus bekommen.

Oder: Streichet in jeder Reihe so vielmal zehen weg, als ihr könnet, und zählet stäts so viel

Einhei-

Einheiten zu der folgenden, wie vielmal ihr zehen weggestrichen. Was übrig bleibet, setzet unter den Strich an seinen gehörigen Ort, wie vorhin.

Z. E. wenn ihr folgende Zahlen addiren sollet,

| |
|---:|
| 3578 |
| 524 |
| 63 |
| 4165 |

so sprechet: 3 und 4 sind 7, noch 8 darzu sind 15. Setzet 5 unter die Einer; den 1 Zehener aber zählet zu den gegebenen Zehenern, und sprechet ferner: 1 (nämlich Zehener) und 6 sind 7 (Zehener), noch 2 dazu sind 9, noch 7 dazu sind 16 (Zehener). Setzet die 6 Zehener unter die Zehener der gegebenen Zahlen und die übrigen 10 Zehener, das ist 1 Hundert zählet zu den Hunderten der gegebenen Zahlen. Sprechet demnach: 1 und 5 sind 6, noch 5 dazu sind 11 (nämlich Hunderte). Setzet 1 unter die Hunderte der gegebenen Zahlen, und die übrigen 10 Hunderte, das ist 1 Tausend zählet zu den Tausenden der gegebenen Zahlen. Sprechet also endlich: 1 und 3 sind 4 (nämlich Tausend) und setzet die 4 unter die Tausende der gegebenen Zahlen; so habet ihr die verlangte Summe 4165. Oder sprechet: 8 und 2 ist 10, so gehet 1 hinüber, 2 und 3 sind 5. Setzet 5 unter die Einer, und den 1 Zehener zählet zu der folgenden Reihe. Saget nämlich: 7 und 1 sind 8, noch 2 dazu sind 10. Setzet die übrigen 6 unter die Zehener, und 1 zählet zu den Hunderten. Saget ferner: 5 und 5 ist 10, und zählet davor 1 zu den 3 Tausenden; so bekommet ihr endlich 4 in die Stelle der Tausende.

Beweis.

## Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung enthält die gefundene Zahl in sich alle Einer, alle Zehener, alle Hunderte, alle Tausende u. s. w. der vorgegebenen Zahlen, das ist alle ihre Theile (§. 38. 41. 43.). Und also ist sie so groß, wie alle gegebenen zusammen genommen (§. 37.): folgends sind die gegebenen Zahlen zusammen addiret worden. (§. 15.). W. Z. E.

## Die 1. Anmerkung.

46. Wenn ihr alle Theile der gegebenen Zahlen als lauter Einer ansehet, so werdet ihr wahrnehmen, daß ihr in die Summe nur allzeit den Ueberschuß der summirten Zahlen über 9 schreibet. Denn an statt fünfzehen schreibet ihr die Zahlen 1 und 5, welche 6 machen, wenn man sie beyde für Einer hält, und also der Ueberschuß der Zahl fünfzehen über neune sind. Eben so schreibet ihr an statt sechszehen, unter die Reihe der Zehener 6, und unter die Hunderte 1, welche beyde Zahlen zusammen genommen, 7 ausmachen, wenn man sie für Einer ansiehet, und demnach der Ueberschuß von sechszehen über neune sind. u. s. w. Hieraus ist klar, daß man bey Summirung der Zahlen bey jeder Reihe so viel Neunen wegläßet, als man Einheiten zu der folgenden Reihe zählet.

## Die 2. Anmerkung.

47. Wollet ihr demnach wissen, ob die gefundene Zahl so groß sey, wie die gegebenen zusammen genommen, so (1.) merket die besagten Einheiten auf der Seite, und nach vollbrachter Rechnung zählet sie zusammen, damit ihr sehet, wie vielmal 9 im Summiren weggelassen worden. (2.) Werfet über dieses noch aus der Summe so viel mal 9 weg, als ihr könnet, und zählet die im Summiren weggelassenen mit darzu: die Zahl aber, so übrig bleibet merket sowohl, als die Anzahl der weggeworfenen Neunen. (3.) Endlich gebet auch Acht, wie vielmal ihr aus den gegebenen Zahlen 9 wegwerfen könnet, und was zuletzt für eine Zahl übrig bleibt. Denn, so die Anzahl der

wegge=

weggeworfenen Neunen beyderseits gleich ist, auch einerley Zahl beyderseits übrig bleibet; so ist die gefundene Zahl so groß, wie die gegebenen zusammen genommen. (§. 32.) Und ihr seyd daher gewiß, daß ihr nach der Regel richtig verfahren. Als in dem vorigen Exempel sind während der Rechnung drey Neunen weggelassen worden, und eine läßt sich noch von der gefundenen Summe wegwerfen, worauf 7 übrig bleiben. Wenn man aber aus den gegebenen Zahlen, die über der Linie stehen, gleichfalls 4 mal 9 ausstreichet, so bleiben auch 7 übrig. Demnach ist recht addiret worden. Diese Probe kann niemals trügen, ausser, wenn man in einer Stelle eben so viel zu viel zählet, als man in einer andern zu wenig gezählet: welchen Fehler man im Rechnen nicht leicht begehet. Man kann sich auch der Richtigkeit im Rechnen versichern, wenn man ein Exempel auf verschiedene Art rechnet, entweder auf beyde vorgeschriebene Manieren, oder, daß man einmal von unten hinauf, das anderemal von oben herunter die Zahlen in einer Reihe zusammen zählet.

## Die 3. Anmerkung.

48. Die Mathematici haben ein besonderes Zeichen, womit sie die Addition andeuten, nämlich das Zeichen +, welches sie durch mehr aussprechen. Demnach schreiben sie die Summe zwoer Zahlen, als 3 und 7 also: 3 + 7

## Die 4. Anmerkung.

49. In genannten Zahlen streichet man, wie in der anderten Art zu addiren (§. 45.) so viele aus, als zusammen ein Ganzes von der grösseren Art ausmachen, und setzet dafür Eins zu der folgenden Reihe, z. E. von den Pfennigen streichet man so vielmal 12 aus, als man kann, und setzet dafür jedesmal 1 zu den Groschen, weil 12 Pfennige einen Groschen machen. Von den Groschen wirft man auf einmal 24 weg, und schreibet dafür 1 zu den Thalern, weil 24 Groschen einen Thaler machen. Und auf eine gleiche Art verfähret man in andern Fällen. Als:

| | | |
|---|---|---|
| 15 Thl. | 20 Gl. | 10 Pf. |
| 28 | 14 | 2 |
| 30 | 16 | 6 |
| 75 Thl. | 3 gl. | 6 pf. |

Und

Und diese Manier zu addiren zeiget, daß das Addiren eine Aehnlichkeit mit dem Geldzählen hat, und daher dieses zu der Erfindung des andern Anlaß gegeben, oder wenigstens geben kann. Und dieser Nutzen bleibet noch einem jeden übrig, wenn er die Regeln der Addition vergessen hat, und sie für sich wieder finden will.

## Die 3. Aufgabe.

50. **Eine kleinere Zahl von einer größern zu subtrahiren.**

### Auflösung.

1. Schreibet die kleinere Zahl unter die größere auf die Art, wie im Addiren geschehen (§. 45.).
2. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen einen Strich.
3. Subtrahiret besonders die Einer von den Einern, die Zehener von den Zehenern, die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. (§. 20.) und setzet allezeit die Zahl, so übrig bleibet, an ihren gehörigen Ort unter den Strich: nämlich was bey den Einern übrig bleibet, unter die Einer: was bey den Zehenern übrig bleibet, unter die Zehener, u. s. w.
4. Geschiehet es aber, daß eine größere Zahl von der kleineren weggenommen werden soll, so nehmet aus der folgenden Reihe eins weg, und setzet es in die vorhergehende, wo es zehen gilt (§. 43.). Also kann von der um zehen vermehrten Zahl die Subtraction geschehen; die Zahl aber in der folgenden Stelle ist um eines kleiner worden, welches durch einen Punct bemerket wird.
5. Endlich, wenn in der folgenden Stelle zur Linken o stehet, so gehet so weit fort gegen die Linke, bis ihr eine Zahl antreffet, und nehmet

met von ihr 1 weg, so ist es eben so viel, als wenn ihr in alle leeren Stellen 9, und in die, wo man nicht subtrahiren konnte, 10 setzet (§. 43.).

Nach diesen Regeln kann man eine jede gegebene Zahl subtrahiren. W. Z. E.

Z. E. Wenn ihr folgende Zahlen von einander subtrahiren sollet,

| |
|---|
| 9 8. 0. 0. 4. 0. 3 4. 5 9 |
| 4 7 4 3 8 6 5 2 6 3 |
| 5 0 5 6 5 3 8 1 9 6 |

so sprechet: 3 von 9 lässet 6, und schreibet 6 unter den Strich in die Stelle der Einer. Sprechet ferner: 6 (nämlich Zehener) von 5 kann ich nicht (wegnehmen). Borget demnach 1 von 4 in der folgenden Stelle, so bleiben in derselben 3, und ihr habt 15 an statt der 5 (§. 43.). Nehmet 6 von 15, so bleiben 9 übrig, welche ihr wiederum unter den Strich, in die Stelle der Zehener, schreibet. Hierauf fahret fort und sprechet: 2 von 3 lässet 1, 5 von 3 kann ich nicht (subtrahiren), derowegen borge ich 1 von 4, und setze es in die leere Stelle, so habe ich in derselben 10. Davon nehme ich 1 weg, so bleiben daselbst 9, und an statt 3 bekomme ich 13. Nun nehmet 5 von 13, so bleiben 8 übrig, und 6 von 9 lässet 3. Weil 8 von 3 wieder nicht angehet, so nehmet 1 von 8 und setzet es in die erste leere Stelle, so habt ihr daselbst 10, und dorten noch 7. Von den 10 nehmet 1 weg, und setzet es in die andere leere Stelle gegen die rechte, so bleiben an statt 10 noch 9, und in dieser habt ihr 10. Davon nehmet wieder 1 weg, so bleiben in derselben noch 9, und an statt 3 bekommt ihr 13. Sprechet nun: 8 von

13 läs-

13 lässet 5; 3 von 9 lässet 6; 4 von 9 lässet 5; 7 von 7 lässet 0; 4 von 9 lässet 5. Wenn ihr nun das Uebrige allezeit unter den Strich an seinen gehörigen Ort schreibet; so habt ihr die verlangte Zahl gefunden.

## Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung hält die gefundene Zahl in sich den Rest aller Einer, aller Zehener, aller Hunderte, aller Tausende, u. s. w. das ist, den Rest aller Theile. Da nun der Rest aller Theile zusammen dem ganzen Reste gleich ist (§. 37.); so ist die gefundene Zahl der Rest, welcher übrig bleibet, wenn man eine Zahl von der andern wegnimmt, und folgends mit der weggenommenen Zahl zusammen, der anderen gegebenen Zahl gleich. Derowegen geschiehet durch die gegebenen Regeln die Subtraction, (§. 18.). W. Z. E.

## Die 1. Anmerkung.

51. Wollet ihr wissen, ob ihr recht gerechnet habt, so addiret nach der 2. Aufgabe (§. 45.) die gefundene Zahl zu der kleinern von den gegebenen. Die Summe ist die grössere (§. 18.).

```
9 8.0.0.4.0.3 4.5 9
4 7 4 3 8 6 5 2 6 3
-------------------
5 0 5 6 5 3 8 1 9 6
-------------------
9 8 0 0 4 0 3 4 5 9.
```

## Die 2. Anmerkung.

52. Das Zeichen der Subtraction ist —, welches man durch weniger ausspricht, daher schreibt man den Unterscheid zwoer Zahlen, als 8 und 5 also: 8—5: hingegen den Unterscheid zwischen 5 und 8 also 5—8, oder—3.

Die

## Die 3. Anmerkung.

53. In genannten Zahlen ist die Subtraction von der vorigen nur darin unterschieden, daß die von einer grössern Art geborgte Zahl nicht 10, sondern so viel gilt, als die grössere die kleinere in sich begreift, z. E. 1 von den Groschen geborget, gilt in der Stelle der Pfennige 12; hingegen 1 von den Thalern geborget, in der Stelle der Groschen 24; 1 von den Pfunden geborgt in der Stelle der Lothe 32, als:

| | | | |
|---|---|---|---|
| von | 12 Thl. | 18 gl. | 4 pf. |
| abgezogen | 8 | 20 | 6 |
| bleiben | 3 Thl. | 21 gl. | 10 pf. |

Und hieraus siehet man, daß das Subtrahiren eine Verwandniß mit dem Geldausgeben hat, wo man eine grössere Sorte wechselt, wenn man nicht so viel kleine Münze hat, als man ausgeben soll. Es gilt auch hier von Erfindung der Subtraction, was vorhin (§. 49.) von Erfindung der Addition erinnert worden.

## Die 4. Aufgabe.

54. **Das Einmal Eins auffsetzen, das ist, eine Tabelle verfertigen, in welcher alle Producte zu finden sind, die heraus kommen, wenn man die Einer durch einander multipliciret.**

### Auflösung.

1. Theilet die Seite eines Quadrats in 9 gleiche Theile, und zerschneidet es durch Querstriche in lauter kleine Fächer.
2. Oben in der ersten Reihe und zur Linken schreibet die Zahlen von 1 bis 9 in ihrer natürlichen Ordnung.
3. Addiret 2 zu sich selbst, und setzet das Product 4 unter die 2: dazu addiret noch 2, so ist 6 das Product aus 3 in 2: zu 6 addiret noch einmal 2, so habt ihr 8 das Product aus 2 in 4.

4. Wenn ihr nun auf gleiche Weise die übrigen Zahlen findet, und in ihre gehörigen Fächer einschreibet; so ist das Einmal Eins fertig, welches man machen sollte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

## Anmerkung.

55. Das Einmal Eins muß man auswendig lernen, wenn man im Multipliciren und Dividiren hurtig fortkommen will. So lange man es aber noch nicht inne hat, muß es jederzeit, wenn man multipliciret, oder dividiret, bey der Hand seyn.

## Die 5. Aufgabe.

56. Eine gegebene Zahl durch eine andere Zahl zu multipliciren.

## Auflösung.

1. Schreibet die eine Zahl dergestalt unter die andere, wie in der Addition geschehen (§. 45.).
2. Unter die geschriebenen Zahlen ziehet einen Strich.
3. Schreibet aus dem Einmal Eins darunter alle Producte aus jedem Theile der untern Zahl in jeden von der oberen, und zwar, der

Kürze halber, dergestalt, daß ihr allezeit die Zehener von einem Producte zum folgenden Producte um eine Stelle weiter hinein rücket (§. 43.).

4. Endlich addiret (§. 45.) diese Producte zusammen; so ist ihre Summe das Product, welches man finden sollte.

Z. E. Wenn ihr 38476 durch 35 multipliciret, so schreibet die Zahlen folgendergestalt unter einander:

```
   38476
      35
  ------
  192380
 115428
 -------
 1346660,
```

und sprechet: 5 mal 6 sind 30. Schreibet die 0 unter die 5 und sprechet weiter: 5 mal 7 sind 35, 3 darzu (so euch zuvor überblieben) sind 38. Schreibet 8 neben 0 gegen die Linke, und sprechet ferner: 4 mal 5 sind 20, und 3 dazu 23. Schreibet 3 neben 8, und saget: 5 mal 8 sind 40, 2 dazu sind 42. Schreibet 2 neben 3 und saget abermal: 5 mal 3 sind 15, und 4 dazu 19. Schreibet 19 neben 2, so habt ihr die obere Zahl 5 mal genommen (§. 42. 54.). Verfahret nun auf gleiche Weise mit 3, und saget: 3 mal 6 sind 18. Schreibet 8 um eine Stelle weiter hinein gegen die Linke (§. 43.), und sprechet ferner: 3 mal 7 sind 21, und 1 dazu 22. Schreibet 2 neben die 8 gegen die Linke, u. s. w. so bekommet ihr die obere Zahl 30 mal. Endlich addiret die beyden gefundenen Zahlen: so ist die Summe 1346660 das gesuchte Product.

## Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des Einmal Eins (§. 54.) begreifet die erste Reihe der Zahlen, die addiret werden, die obere Zahl so vielmal in sich, als die erstere von der unteren gegen die Rechte Eins in sich enthält. Und weil die folgenden Reihen immer um eine Stelle weiter hineingerücket werden, so begreift jede von ihnen die obere Zahl so vielmal in sich, als jede von den folgenden der unteren Eins in sich enthält (§. 43.). Derowegen, wenn man alle Reihen zusammen addiret; so muß die Summe die obere Zahl so vielmal in sich enthalten, als die untere Eins in sich begreift (§. 15.). Folglich hat man die obere Zahl durch die untere multipliciret (§. 21.). W. Z. E.

## Anmerkung.

57. Wenn an einer Zahl Nullen hangen, so darf man sie nur hinten an das Product der übrigen Zahlen nach einander anhängen (§. 43.), wie aus beygesetztem Exempel zu ersehen:

$$\begin{array}{r} 368 \\ 200 \\ \hline 73600, \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4750 \\ 300 \\ \hline 1425000. \end{array}$$

Sonst ist noch zu merken, daß das Zeichen der Multiplication ein bloßes (.) ist. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 3 durch 4 multipliciret werden soll; so schreibe ich: 3. 4, welches so viel heisset, als 3 durch 4 multipliciret.

## Die 6. Aufgabe.

58. **Ohne das Einmal Eins zu multipliciren.**

## Auflösung.

Wenn ihr nur dupliren und halbiren könnet, so könnet ihr das Uebrige ohne das Einmal Eins

multi=

multipliciren. Denn, addiret das Einfache und Zweyfache, so habt ihr das Dreyfache. Dupliret das Zweyfache, so habt ihr das Vierfache. Halbiret das Zehenfache, das ist, die zu multiplicirende Zahl an welcher eine Nulle hänget; so habt ihr das Fünffache. Addiret dazu das Einfache, so habt ihr das Sechsfache. Addiret zum halben Zehenfachen das Zweyfache, so habt ihr das Siebenfache. Ziehet ab vom Zehenfachen das Zweyfache, so habt ihr das Achtfache. Endlich, ziehet das Einfache von dem Zehenfachen ab, so habet ihr das Neunfache.

## NOMENCLATURA.

| | |
|---|---|
| 1. Simplum. | 1 Simplum. |
| 2. Duplum. | 1 + 1 Simplum & Simplum |
| 3. Triplum. | 2 + 1 Duplum & Simplum. |
| 4. Quadruplum. | 2 + 2 Dupli duplum. |
| 5. Quintuplum. | $\frac{10}{2}$ Decupli dimidium. |
| 6. Sextuplum. | $\frac{10}{2}$ + 1 Decupli dimidium & Simplum. |
| 7. Septuplum. | $\frac{10}{2}$ + 2 Decupli dimidium & duplum. |
| 8. Octuplum. | $\frac{10}{2}$ + 2 + 1 Decupli dimid. duplum & simplum, s. (10—2) decuplum sine duplo. |
| 9. Noncuplum. | 10 — 1 Decuplum sine simplo. |

### Exempel.

| | | |
|---|---|---|
| 3894 | 3894 | 3894 |
| 3) —— | 4) —— | 5) —— |
| 7788 | 7788 | 19470, |
| 11682, | 15576, | |

| 6) | 7) | 8) |
|---|---|---|
| 3894 | 3894 | 3894 |
| 19470 | 19470 | 7788 |
| | 7788 | 19470 |
| 23364, | 27258, | 31152, |

9) 3894<br>
35046.

| | |
|---|---|
| 3789296 | |
| 673 | |
| 7578592 | duplum. |
| 18946480. | decupli dimidium. |
| 11367888 | duplum & ſimplum. |
| 26525072 | dec. dim. & duplum. |
| 22735776 | dec. dim. & ſimpl. |
| 2550196208. | |

| | |
|---|---|
| 5832794 | |
| 472589 | |
| 11665588 | duplum. |
| 29163970 | decupli dimidium. |
| 52495146 | dec. ſine ſimplo ſ. noncuplum. |
| 46662352 | dec. ſine duplo. ſ. octuplum. |
| 29163970 | decupli dimid. ſ. quintuplum. |
| 11665588 | duplum |
| 40829558 | duplum & quintuplum. |
| 23331176 | dupli duplum ſeu octupli dimid. |
| 2756514283666, | |

| | |
|---|---|
| 472836 | |
| 356 | |
| 945672 | duplum. |
| 2364180 | decupli dimidium. |
| 2837016 | |
| 2364180 | |
| 1418508 | |
| 168329616. | |

| | |
|---|---|
| 472836 | |
| 467 | |
| 945672 | duplum. |
| 2364180 | decupli dimid. s. quintuplum. |
| 3309852 | |
| 2837016 | |
| 1891344 | |
| 220814412. | |

## Die 7. Aufgabe.

59. Eine gegebene Zahl durch eine andere kleinere Zahl zu dividiren.

### Auflösung.

Der erstere Fall. Wenn der Divisor oder Theiler nur eine einzelne Ziffer ist, so

1. Setzet ihn unter die erste Zahl zur Linken, und fraget, wie vielmal er in derselben enthalten sey? Die Zahl, so solches andeutet, setzet an statt des Quotienten hinter den zur Rechten gemachten Strich.
2. Mit diesem Quotienten multipliciret den Divisorem, und ziehet das Product von der Zahl ab, die ihr dividiret, streichet dieselbe aus, und setzet, was überbleibet, darüber.
3. Rücket den Divisorem um eine Stelle fort, und fraget abermals, wie vielmal derselbe in der zur Linken übergebliebenen und zur Rechten über ihm stehenden Zahl zusammen enthalten sey? Und verfahret im Uebrigen, wie vorhin.

Wenn ihr dieses durch alle Zahlen fortführet; so werdet ihr den verlangten Quotienten finden.

Z. E. Man soll 7856 durch 3 dividiren.

```
x 22 |
7856 | 2618
3333 |
```

Setzet 3 unter 7 und sprechet 3 in 7 habe ich 2 mal. Schreibet 2 hinter den zur Rechten gemachten Strich, und sprechet ferner: 2 mal 3 sind 6: 6 von 7 lässet 1. Rücket 3 unter 8 und saget: 3 in 18 habe ich 6 mal. Setzet 6 zu dem ersten Theile des Quotienten und sprechet: 3 mal 6 sind 18, 18 von 18 hebt sich auf. Wenn ihr nun auf gleiche Weise fortfahret; so findet ihr den ganzen Quotienten 2618 und bleiben 2 übrig. Daraus zu ersehen ist, daß die vorgegebene Zahl sich nicht völlig in 3. gleiche Theile theilen lässet.

## Beweis.

Weil man aus dem Einmal Eins wissen kann, wie vielmal eine Zahl aus der Classe der Einer in einer andern Zahl enthalten ist, welche aus der Multiplication der Einer durch einander entstanden, (§. 54.) so ist klar, daß die gefundene Zahl andeutet, wie vielmal der Divisor in den Tausenden, Hunderten, Zehenern und Einern, das ist, in der vorgegebenen Zahl (§. 37.), enthalten sey. Derowegen ist sie der gesuchte Quotient, und man hat die vorgegebene Zahl durch die andere dividiret (§. 24.). W. Z. E.

Der andere Fall. Wenn der Divisor aus mehr, als einem Theile bestehet, so

1. Fanget ihn an unter der ersten Zahl zur Linken, und so fort gegen die Rechte zu schreiben, und machet, wie vorhin, hinter die Zahl einen Strich.
2. Untersuchet durch Hülfe des Einmal Eins, wie vielmal die erste Zahl des Divisoris in der ersten Zahl des Dividendi enthalten sey?

3 Multipliciret durch diesen Quotienten den ganzen Divisorem, und gebet Acht, ob sich das Product von den Zahlen, die darüber stehen, abziehen läßt.

4. Wenn es angehet, so schreibet die vorhin gefundene Zahl in die Stelle des Quotienten hinter den Strich, und ziehet das Product würklich ab. Die Zahlen, von welchen ihr abziehet, streichet aus, und was übrig bleibet, setzet darüber. Gehet es aber nicht an, so nehmet zum Quotienten eines oder auch mehrere weniger, bis ihr das Product abziehen könnet.

5. Rücket euren Divisorem um eine Stelle fort gegen die Rechte, und verfahret, wie vorhin, bis endlich der Divisor nicht weiter fortgerücket werden kann. So ist geschehen, was man verlangte.

Z. E. Man soll 7856 durch 32 dividiren. Setzet 32. unter 78 und sprechet: 3. in 7 habe ich 2 mal. Multipliciret 2 mit 32, so kommen 64. Weil nun dieses Product sich von 78 abziehen lässet; so schreibet 2 an statt des Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 14 schreibet über 78. Rücket euren Divisorem um eine Stelle fort, und

| | |
|---|---|
| 11 | |
| 147 | |
| 7856 | 245 |
| 3222 | |
| 33 | |

sprechet: 3 in 14 habe ich 4 mal. Multipliciret 4 mit 32, so kommen heraus 128. Weil nun dieses Product sich von 145 abziehen läßt; so schreibet 4 in die Stelle des Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 17 schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Rücket euren Divisorem abermal um eine Stelle fort und sprechet: 3 in 17 habe ich 5 mal.

Multipliciret 32 mit 5. Weil das Product 160 sich von 176 abziehen läßt; so schreibet 5 zu dem Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 16 schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Die gefundene Zahl 245 ist der verlangte Quotient.

## Beweis.

Der Beweis ist fast eben, wie in dem erstern Falle. Nur ist zu merken, daß, weil man vermöge des Einmal Eins nicht wissen kann, wie vielmal der ganze Divisor in denen darüber geschriebenen Zahlen enthalten ist, man setze, er stecke so vielmal darinnen, als die erste Zahl des Divisoris zur Linken in der über ihr geschriebenen Zahl. Denn, ob dieses gleich nicht jederzeit eintrift; so kann es einen doch nicht in Irrthum verleiten, weil die Probe gleich angestellet wird, wenn man den Divisorem durch den angenommenen Quotienten multipliciret, und ihn also vermittelst derselben, so lange um eins vermindert, bis man den rechten Quotienten erhält.

## Anmerkung.

60. Es scheinet zwar diese Manier verdrießlich zu seyn, weil man erst suchen muß. Allein die Erfahrung lehret, daß man die Probe in den Gedanken sehr geschwinde anstellen kann, wenn man sich erst eine Weile geübt hat.

## Die 8. Aufgabe.

61. Ohne das Einmal Eins zu dividiren.

## Auflösung.

1. Schreibet die Zahl, welche dividiret werden soll, gewöhnlicher maßen vor euch, machet darhinter einen Verticalstrich, und unter die Stelle des Quotienten einen Horizontalstrich.

2. Unter

2. Unter diesen andern Strich schreibet den Divisorem, und darneben zur Rechten 1, des Divisoris Zwiefaches und darneben 2, endlich die Hälfte des Zehenfachen und darneben 5: so könnet ihr daraus alle vielfachen Zahlen des Divisoris haben (§. 58.).
3. Nehmet soviel Zahlen der zu dividirenden Zahl, als der Divisor Theile hat, und vergleichet sie mit seinen vielfachen; so werdet ihr den Quotienten finden.
4. Diesen schreibet gewöhnlicher maßen an seinen Ort, das dazu gehörige Vielfache aber des Divisoris unter die gemeldeten Theile der zu dividirenden Zahl, und ziehet jenes von diesen ab.
5. Zu dem Ueberbliebenen setzet zur Rechten die nächstfolgende Ziffer von der zu dividirenden Zahl, und verfahret wie vorhin.

Wenn ihr nun so fortfahret, so werdet ihr ohne das Einmal Eins, und ohne beschwerliches Nachdenken den völligen Quotienten finden.

Z. E. Ihr sollet 385724615 durch 175 dividiren; so schreibet die Zahl folgendergestalt nieder mit den benöthigten vielfachen Zahlen des Divisoris:

```
 385724615   |   2204140.
 350         |  ----------
 ----        |    175 | 1
  357        |    350 | 2
  350        |    875 | 5
 -----
    724
    700
 ------
     246
     175
 -------
      711
      700
 --------
      115.
```

Ver-

Vergleichet mit diesen 385, so sehet ihr, daß 350 ihnen am nächsten kommt und demnach 2 der Quotient ist. Diesen schreibet an seinen gehörigen Ort, setzet 350 unter 385, und ziehet die erstere Zahl von der anderen ab. Zu den Ueberbliebenen 35 setzet aus der zu dividirenden Zahl noch die 7 herunter. Vergleichet die Zahl 357 mit den vielfachen Zahlen des Divisoris, so werdet ihr finden, daß ihr 350 am nächsten kommt, und also 2 abermal der Quotient sey. Subtrahiret 350 gehöriger maßen von 357, so bleiben 7 übrig. Dazu setzet die 2 herunter, so werdet ihr wahrnehmen, daß 72 kleiner als der Divisor und also für die Stelle der Quotient 0 sey. Rücket demnach mit der 4 herunter, so sehet ihr bald, daß 724 zwischen das Zweyfache 350 und Fünffache 875 fallt, und zwar des Zweyfachen Zweyfaches, das ist, das Vierfache 700 derselben Zahl am nächsten kommt, folgends der Quotient 4 sey. Wenn ihr nun solchergestalt eure Arbeit fortsetzet; so werdet ihr den völligen Quotienten 2204140 finden, und werden euch noch 115 übrig bleiben.

## Die 1. Anmerkung.

62. Ein jeder wird verspühren, daß diese Manier zu dividiren der gewöhnlichen, die in der vorhergehenden Aufgabe erkläret worden, in großen Zahlen unstreitig weit vorzuziehen sey, nicht allein, weil das verdrießliche Nachsinnen, welches mit der gewöhnlichen Art verknüpfet ist (§. 59.) völlig gehoben wird: sondern auch, weil man hier nicht so leicht fehlen kann, imgleichen in den größten Exempeln sich nicht abmattet. Sonst kann man auch in dem gewöhnlichen Dividiren, absonderlich, wenn der Divisor groß ist, die Producte so unter den Dividendum schreiben, und das Ueberbliebene darunter setzen, wie hier geschehen: welches den Nutzen hat, daß man den Fehler leichter finden kann, ohne das Exempel ganz von neuem zu rechnen; wenn ein Quotient mehr als einmal vorkommt, nicht erst

von neuem multiplicieren darf; wenn man die folgenden Theile des Dividendi mit den vorhergehenden Producten vergleichet, den Quotienten leichte findet; wenn man die Producte, so man nach und nach abgezogen, zu dem Ueberbliebenen addiret, um zu sehen, ob die dividirte Zahl heraus kommt, so gleich die Probe anstellet, und was dergleichen Vortheile mehr sind.

## Die 2. Anmerkung.

63. Es hat diese Art, ohne das Einmal Eins zu rechnen, schon vor langer Zeit Herr Ludolph, unlängst Professor Mathematum zu Erfurt, ersonnen, als einem seiner Zuhörer das Einmal Eins nicht in den Kopf wollte, und sie nach der Zeit mit gutem Fortgange in den Erfurtischen Schulen als Inspector über dieselben einführen lassen. Als er sie mir mündlich communiciret, hat er mich versichert, daß Hugenius sie selbst gebilliget, als er bey dessen Leben in Haag unter andern mathematischen Discursen auch von dieser seiner Rechnungsart mit ihm gesprochen.

## Die 3. Anmerkung.

64. Unerachtet ich aber dieselbe, sonderlich im Dividiren, allen mit Ernst recommendiret, so wollte ich doch auch nicht gern, daß man das Einmal Eins ganz verwürfe, weil gewisse Fälle vorkommen können, da man es, ohne sich eines Vortheils zu begeben, nicht wohl entrathen kann. Wir werden bald ein klares Exempel in der Reduction der Brüche sehen. Endlich ist auch noch dieses zu merken, daß das Zeichen der Division zween Puncte (:) sind. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 4 durch 3 dividiret werden sollen, so schreibe ich 4 : 3, welches so viel heisset, als 4. durch 3 dividiret.

## Die 7. Erklärung.

65. **Wenn man zwo Zahlen (4 und 12) dergestalt mit einander vergleichet, daß man auf ihren Unterscheid (8), der durch die Subtraction gefunden wird, Acht hat, so nennet man ihre Relation, die sie gegen einander haben, eine arithmetische Verhältniß: stehet man aber**

auf

auf den Quotienten (3), der durch die Division gefunden wird, eine geometrische Verhältniß, oder auch nur schlechterdings eine Verhältniß. Der Quotient, welcher andeutet, wie vielmal die kleinere Zahl in der grösseren enthalten ist, heisset der Name der Verhältniß (*Nomen* sive *Exponens rationis.*). In jener nämlich entstehet die kleinere aus der größern durch die Subtraction, die größere aber aus der kleinern durch die Addition; in dieser hingegen die kleinere aus der grössern durch die Division, die größere aber aus der kleinern durch die Multiplication.

## Die 8. Erklärung.

66. Wenn in zwoen oder mehreren arithmetischen Verhältnissen (3. 5. und 6. 8.) der Unterscheid der Glieder (2); in geometrischen (3. 12. und 5. 20.) der Name der Verhältniß (4) einerley ist, so nennet man sie ähnlich, und ihre Aehnlichkeit eine Proportion. Die ähnlichen Verhältnisse werden auch gleiche Verhältnisse genennet.

## Anmerkung.

67. Die Zahlen, so eine arithmetische Proportion mit einander machen, schreibet man also: 3. 5. ∵ 6. 8, oder besser nach meiner Art $3 - 5 = 6 - 8$; die in einer geometrischen neben einander stehen, dergestalt 3. 12 ∷ 5. 20. oder auch mit dem Herrn von Leibnitz; $3 : 12 = 5 : 20$. In beyden spricht man: Wie sich verhält die erste Zahl zu der andern, so die dritte zu der vierten. Diese Redensart hat in dem erstern Falle den Verstand: Um wieviel die erste Zahl größer oder kleiner als die andere ist, um eben soviel ist die dritte Zahl größer oder kleiner als die vierte. Hingegen in dem andern Falle muß man sie dergestalt erklären: Wie vielmal die erste Zahl die andere in sich enthält, oder in ihr enthalten ist; eben so vielmal enthält die dritte Zahl die vierte in sich, oder ist in ihr enthalten.

Die

## Die 9. Erklärung.

68. Zuweilen vertritt das andere Glied zugleich die Stelle des dritten, und dann nennet man es PROPORTIONEM *continuam*, eine stäte Proportion. Ist nun dieselbe arithmetisch, so schreibet man sie also: ÷ 3. 6. 9; ist sie geometrisch, folgender maßen: ∵ 3. 6. 12.

## Die 10. Erklärung.

69. Eine Progression wird genennet eine Reihe Zahlen, die in einer arithmetischen, oder auch geometrischen Verhältniße fortgehen, als im erstern Falle 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27; im andern 3. 6. 12. 24. 48. 96. Und zwar nennet man die erstere eine arithmetische; die andere aber eine geometrische Progression.

## Der 9. Grundsatz.

70. Wenn zwo Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich. Z. E. 1 : 4 = 3 : 12 und 1 : 4 = 5 : 20. Derowegen ist 3 : 12 = 5 : 20.

## Der 10. Grundsatz.

71. Gleiche Größen oder Zahlen haben zu einer oder gleichen Größen einerley Verhältniß, das ist, wenn sie größer sind, als die dritte, begreifen sie dieselbe gleich vielmal in sich; wenn sie kleiner sind, so sind sie gleich groſse Stücke von ihr (§. 67.).

## Der 11. Grundsatz.

72. Eine Grösse oder Zahl hat zu gleichen einerley Verhältniß, das ist, wenn sie grösser

ist,

ist, begreifet sie dieselben gleich vielmal in sich; wenn sie kleiner ist, so ist sie ein gleich großes Stück von ihnen (§. 67.).

## Der 12. Grundsatz.

73. Die Grössen oder Zahlen sind einander gleich, zu welchen eine einerley Verhältniß hat, das ist, wenn sie größer sind, in welchen sie gleich vielmal enthalten ist; wenn sie aber kleiner sind, welche sie gleich vielmal begreifet (§. 67.).

## Der 1. Lehrsatz.

74. Wenn man zwo Zahlen (3 und 6) durch eine Zahl (4) multipliciret; so verhalten sich die Producte (12 und 24) wie die multiplicirten Zahlen (3 und 6).

## Beweis.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 4 = | 4 |
| 3 | 6 = | 3 + 3 |
| 12, | 24 = | 12 + 12 |

Denn, wenn ich eine Zahl (4) durch zwo andere (3 und 6) multiplicire, so ist dieselbe in dem andern Producte um so vielmal mehr enthalten, als in dem erstern, als die erstere Zahl (3) in der andern (6) enthalten ist. Als weil in unserm Exempel 6 zweymal so groß ist, als 3, so nehme ich auch 4 zweymal so viel, wenn ich durch 6 multiplicire, als wenn ich durch 3 multiplicire, maßen das Dreyfache zweymal genommen, das Sechsfache ausmachet. Derowegen ist klar, daß das erstere Product (12) in dem andern (24) so vielmal enthalten ist, als die erstere multiplicirte Zahl (3) in der anderen (6). W. Z. E.

## Zusatz.

75. Wenn man zwo Zahlen durch eine dritte dividiret, so müssen sich die Quotienten wie die dividirten Zahlen verhalten: denn man kann sie ansehen, als wären sie durch die Multiplication der Quotienten mit dem Divisore entstanden (§.21.24.).

## Die 11. Erklärung.

76. Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile eintheilet, z. E. in sechse und nimmt einen oder etliche Theile derselben, so nennet man es einen Bruch.

## Der 4. willkührliche Satz.

77. Man schreibet ihn aber mit zwo Zahlen, welche unter einander gesetzet und durch einen Strich von einander unterschieden werden: von denen die untere andeutet, in wie viel gleiche Theile das Ganze eingetheilet worden; die obere aber, wie viel solcher Theile mir zugehören. Jene wird der Nenner, diese der Zähler genennet. Z. E. Der Thaler soll in 3 gleiche Theile getheilet werden, und ich soll 2 derselben bekommen, so schreibe ich den Bruch also: $\frac{2}{3}$.

## Der 1. Zusatz.

78. Daher urtheilet man die Größe des Bruches aus dem Verhältniße des Zählers zu dem Nenner, als des Theiles zu dem Ganzen. Denn stecket jener in diesem vielmal, so ist der Bruch klein, als $\frac{3}{38}$; stecket er wenigmal darinnen, so ist er groß, als $\frac{2}{3}$. Hingegen, wenn die Zähler in ihren Nennern gleich vielmal enthalten sind, so sind die Brüche einander gleich, als $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{50}$.

Wenn Zähler und Nenner einander gleich sind, als $\frac{24}{24}$, so bedeutet es ein Ganzes, und daher ist der Bruch mehr als ein Ganzes, wenn der Zähler größer ist als der Nenner, als $\frac{35}{24}$.

## Der 2. Zusatz.

79. Wenn man demnach den Nenner und Zähler eines Bruches ($\frac{4}{6}$) durch eine Zahl (2) multipliciret oder dividiret; so sind die Brüche, so heraus kommen ($\frac{8}{12}$) und ($\frac{2}{3}$) dem gegebenen ($\frac{4}{6}$) gleich. (§. 74. 75.).

## Die 9. Aufgabe.

80. **Einen Bruch aufheben, das ist, an statt eines gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) einen andern finden, der mit kleinern Zahlen geschrieben wird, aber dem gegebenen, dem Werthe nach, gleich ist.**

## Auflösung.

Dividiret den Nenner (48) und den Zähler (20) des gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) durch eine Zahl (4), so formiren (§. 79.) die heraus kommenden Zahlen (5 und 12) den neuen Bruch ($\frac{5}{12}$).

## Die 10. Aufgabe.

81. **Verschiedene Brüche unter einerley Benennung zu bringen, das ist, an statt einiger Brüche, die verschiedene Nenner haben, andere zu finden, die einerley Nenner haben, und den gegebenen gleich sind.**

## Auflösung.

1. Wenn 2 Brüche gegeben sind, so multipliciret jeden Bruch durch den Nenner des andern.

2. Sind

2. Sind aber mehrere gegeben, so wird der Zähler und Nenner eines jeden Bruchs durch das Product aus den Nennern der übrigen multipliciret (§. 79.).

### Exempel.

$$5)\ \tfrac{2}{3}.\quad 3)\ \tfrac{4}{5} = \tfrac{10}{15}.\ \tfrac{12}{15}.$$

$$24)\ \tfrac{2}{3}.\ 12)\ \tfrac{1}{6}.\quad 18)\ \tfrac{3}{4} = \tfrac{48}{72}.\ \tfrac{12}{72}.\ \tfrac{54}{72}.$$

## Die 11. Aufgabe.

82. **Brüche zu addiren.**

### Auflösung und Beweis.

Weil die Nenner die Namen sind (§. 77.), so dürfet ihr nur die Zähler addiren. Da man aber nur Zahlen von einer Art zusammen setzen kann (§. 8.); so müsset ihr erst die Brüche unter eine Benennung bringen (§. 81.), wenn sie verschiedene Nenner haben. W. Z. E.

### Exempel.

$$\tfrac{2}{3} + \tfrac{4}{5} = \tfrac{10}{15} + \tfrac{12}{15} = \tfrac{22}{15} = 1\tfrac{7}{15}\ (\text{§. 80.})$$

$$\tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{3}{4} = \tfrac{48}{72} + \tfrac{12}{72} + \tfrac{54}{72} = \tfrac{114}{72} = 1\tfrac{42}{72} = 1\tfrac{7}{12}.$$

## Die 12. Aufgabe.

83. **Einen Bruch von dem andern zu subtrahiren.**

### Auflösung.

1. Bringet die Brüche unter eine Benennung (§. 81.), wenn sie verschiedene Nenner haben.
2. Subtrahiret den Zähler des einen von dem Zähler des andern, und lasset den Nenner unverändert.

Z. E. $\tfrac{2}{3} - \tfrac{3}{7} = \tfrac{14}{21} - \tfrac{9}{21} = \tfrac{5}{21}.$

## Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

## Die 13. Aufgabe.

84. **Einen Bruch durch einen Bruch zu multipliciren.**

## Auflösung.

Multipliciret durch einander die Nenner, imgleichen die Zähler; so formiren die beyden Producte das verlangte Facit.

Z. E. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$.

## Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch multipliciren soll; so soll man ein Stück von ihm geben (§. 22. 76.). Z. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{1}{2}$ multipliciren heisset, $\frac{2}{3}$ ein halbmal nehmen, oder einem $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}$ geben und $\frac{4}{5}$ durch $\frac{3}{7}$ multipliciren, ist eben so viel, als $\frac{4}{5}$ in 7 Theile eintheilen, und 3 solcher Theile davon nehmen (§. 77.), das ist, $\frac{4}{5}$ durch 7 dividiren, und den Quotienten durch 3 multipliciren. Weil nun der Nenner der bloße Name ist (§. 77.); so muß eigentlich der Zähler des zu multiplicirenden Bruches durch den Nenner des andern dividiret werden, als der Zähler 4 des Bruches $\frac{4}{5}$. durch den Nenner 7 des Bruches $\frac{3}{7}$. Damit er sich nun dividiren lässet, so muß der Bruch, welcher zu multipliciren ist, in einen andern verwandelt werden; welches geschiehet, wenn man ihn durch den Nenner des Multiplicanten 7 multipliciret, damit man $\frac{28}{35}$ an statt $\frac{4}{5}$ erhält. Der siebente Theil hiervon ist $\frac{4}{35}$. Wenn man nun diesen Bruch 3 mal nimmt; so bekommt man $\frac{12}{35}$. Da es aber eine vergebliche Arbeit wäre,

wenn

wenn man den Zähler 4 erst durch den Nenner 7 multipliciren, und darnach das Product wieder dividiren wollte; so multipliciret man bloß den Nenner 5 durch 7 und gleich den Zähler 4 durch 3. W. Z. E.

## Die 1. Anmerkung.

85. Es ist dannenhero kein Wunder, daß in der Multiplication immer weniger herauskommt, als einjeder von den Brüchen, die man durch einander multiplicirt, indem es in der That eine Division ist, wie der Beweis klärlich zeiget. Woraus man zugleich ersiehet, wie die ersten Erfinder auf die Multiplication der Brüche gekommen sind.

## Die 2. Anmerkung.

86. Wenn man einen Bruch durch eine ganze Zahl multipliciren soll, so ist nicht nöthig, erst zu erinnern, daß man nur den Zähler multipliciren darf, indem der Nenner der bloße Name ist (§. 77.) Z. E. $\frac{4}{35}$ mit 3 multipliciret, bringen $\frac{12}{35}$, wie wir in dem Beweise angenommen haben.

## Die 14. Aufgabe.

87. **Einen Bruch ($\frac{4}{5}$) durch einen andern ($\frac{2}{3}$) zu dividiren.**

## Auflösung.

1. Kehret den Bruch, durch den man dividiren soll, um, z. E. an statt $\frac{2}{3}$ schreibet $\frac{3}{2}$.
2. Multipliciret hierauf, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 84.); so kommt der Quotient ($\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$) heraus.

## Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen andern dividiret, so fragt man, wie vielmal der eine in dem andern enthalten sey (§. 24.)? Wenn man nun die Brüche zu gleichen Nennern bringet, so muß einer

so vielmal in dem andern enthalten seyn, als der Zähler des einen in dem Zähler des andern, weil in dieser Vergleichung der gemeine Nenner als der gemeine Name derer Dinge, die gezählet werden, nicht anzusehen ist (§. 77.). Allein, indem zween Brüche zu einer Benennung gebracht werden, so erwächst der Zähler des erstern Bruchs, wenn man seinen Zähler durch den Nenner des andern multipliciret; hingegen der Zähler des andern, wenn man seinen Zähler durch den Nenner des erstern multipliciret (§. 81.). Also bekommt man die beyden Zahlen, so durch einander zu dividiren sind, wenn man den Divisorem umkehret, und hernach die Brüche in einander multipliciret. W. Z. E.

## Die 12. Erklärung.

88. **Wenn man eine Zahl (2) durch sich selbst multipliciret, so nennet man das Product (4) das Quadrat derselben Zahl: Sie aber die Quadratwurzel in Ansehung dieses Quadrats.**

## Die 13. Erklärung.

89. **Multipliciret man die Quadratzahl (4) ferner durch ihre Wurzel (2); so heisset das neue Product (8) eine Cubiczahl, und, in Ansehung derselben, die Wurzel (2) nunmehro die Cubicwurzel.**

## Die 14. Erklärung.

90. **Die Quadratwurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, ist diejenige Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret, die gegebene Zahl hervor bringet; als die Quadratwurzel aus 4 ausziehen heisset, die Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret 4 bringet.**

Die

## Die 15. Erklärung.

91. Hingegen, die Cubicwurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heisset diejenige Zahl finden, die durch ihre Quadratzahl multipliciret, die gegebene Zahl hervor bringet, als die Cubicwurzel aus 8 ziehen, heisset die Zahl finden, die durch ihr Quadrat 4 multipliciret, 8 bringet.

## Anmerkung.

92. Wenn man die Quadrat- und Cubicwurzel ausziehen will, so muß man die Quadrat und Cubiczahlen aller Zahlen von 1 bis 9 wissen. Dazu dienet folgendes Täflein.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Wurzeln | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Quadrat | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| Cubiczahl | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 |

## Der 2. Lehrsatz.

93. Die Quadratzahl, deren Wurzel aus zween Theilen bestehet, enthält in sich das Quadrat des erstern Theils, ein Product aus dem erstern Theile zweymal genommen in den andern Theil, und das Quadrat des andern Theils.

## Beweis.

Es sey die Wurzel 23, oder 20 + 3. Ihre Quadratzahl kommt heraus, wenn man sie durch sich selbst multipliciret (§. 88.). Nun multipliciret man jeden Theil durch beyde (§. 56.), und also bekommt man in dem Producte das Quadrat des erstern Theils (400.), das Product aus dem erstern Theile zweymal genommen in den andern (120.), und das Quadrat des andern Theils (9). W. Z. E.

| | |
|---|---|
| 23 | |
| 23 | |
| 9 | Quadrat des andern Theils. |
| 60<br>60 | Product aus einem Theile in den andern. |
| 400 | Quadrat des erstern Theils. |
| 529 | Quadrat der ganzen Wurzel. |

## Der 1. Zusatz.

94. Es endiget sich aber das Quadrat des andern Theils in der ersten Stelle zur Rechten, weil keine Nulle daran hänget; das Product aus dem erstern Theile in den andern zweymal genommen, oder welches gleichviel ist, aus dem einen Theile zweymal genommen in den andern, in der andern Stelle, weil eine Nulle daran hänget; endlich das Quadrat des erstern Theils in der dritten Stelle, weil es zwo Nullen hat.

## Der 2. Zusatz.

95. Wenn die Wurzel aus mehr als zwo Zahlen bestehet, so darf man nur die ersten zwo oder mehrere derselben als eine ansehen, und es wird bald klar, daß jedes Quadrat in sich enthalte die Quadrate aller Theile der Wurzel, und die Producte aus jedem Theile zweymal genommen in alle die übrigen, so vor ihm gegen die Linke stehen.

## Der 3. Zusatz.

95. In welchen Stellen des ganzen Quadrats aber das Quadrat eines jeden Theils, und jedes von gedachten Producten zu suchen sey, ist aus dem ersten Zusatze (§. 94.) abzunehmen.

Die

## Die 15. Aufgabe.

97. **Aus einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel auszuziehen.**

### Auflösung und Beweis.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Linke zu, und gebet jeder zwo Ziffern: denn so viel Theile hat die Wurzel, als Classen heraus kommen. In der letzten Classe aber zur Linken kann auch eine Ziffer stehen (§. 94. 96.).
2. Da nun in der ersten Classe zur Linken das Quadrat des ersten Theils der Wurzel zu finden ist (§. 94. 95.); so suchet in dem Wurzeltäflein (§. 92.) das Quadrat auf, welches der Zahl in der ersten Classe am nächsten kommt, und ziehet es von ihr ab. Die dazu gehörige Wurzel aber setzet in die Stelle des Quotienten.
3. Hierauf dupliret den gefundenen Quotienten, und schreibet das Product unter die linke Zahl der folgenden Classe, und weiter fort zurücke gegen die Linke, wenn es aus viel Ziffern bestehet: dividiret auf gewöhnliche Weise, und setzet den Quotienten an den gehörigen Ort, so habt ihr (§. 94.) den andern Theil der Wurzel.
4. Eben diesen Quotienten setzet unter die rechte Zahl derselben Classe, und denn multipliciret mit dem gefundenen Quotienten die untergeschriebenen Zahlen, und ziehet das Product von den obern Zahlen des Quadrats ab (§. 94).
5. Wenn ihr nun die dritte und vierte Regel bey allen Classen anbringet; so kommt (§. 95.) die verlangte Quadratwurzel heraus.

```
1|79|56 (134.
1|
---------
  79
  23
  69
------------
  10|56
   2|64
  10|56
---------
  0000.
```

## Anmerkung.

98. Wenn die vorgegebene Zahl kein vollkommenes Quadrat ist, so kann man 10 Theilchen, 100 Theilchen u. s. w. haben, wenn man 2, 4, u. s. w. Nullen hinten anhänget, und die Rechnung fortsetzet. Denn, wenn man die Einheit in der Quadratzahl in 100 gleiche Theile theilet, (welches geschiehet, wenn man sie durch 100 multiplicieret) so wird die Wurzel in zehen Theile getheilet (§. 88.): z. E. wenn man aus 345 die Wurzel ziehen soll, so geschiehet solches folgendermaßen:

```
3|45  18 57/100.
1|
----------
2|45
  28
2 24
-----------
  2100
   363
  1825
  -------
   27500
    3707
   25949
  --------
    1551.
```

Will man die Probe anstellen, ob man recht gerechnet habe; so multipliciret man die gefundene Zahl durch sich selbst, und addiret zu dem Producte, was übrig geblieben war. Wenn nun die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen, als man angehänget hat, herauskommt; so ist die Rechnung richtig (§. 90.). Will man aus einem Bruche die Quadratwurzel ziehen; so ist klar (§. 84.), daß man sie so wohl aus dem Zähler als Nenner besonders ziehen muß. Z. E. die Quadratwurzel aus $\frac{25}{49}$ $\frac{5}{7}$

## Der 3. Lehrsatz.

99. Wenn die Cubicwurzel aus zween Theilen bestehet, so begreift die Cubiczahl in sich die Cubiczahlen beyder Theile, und über dieses zwey Producte aus den Quadratzahlen jedes Theils in den andern Theil dreymal genommen.

## Beweis.

Die Cubiczahl kommt heraus, wenn man die Quadratzahl durch die Wurzel multipliciret (§. 88.). Nun bestehet die Quadratzahl der zweytheiligen Wurzel aus den Quadratzahlen der beyden Theile und dem Producte aus dem einen Theile zweymal genommen in den andern (§. 93.). Derowegen bestehet die Cubiczahl derselben Wurzel aus den Cubiczahlen der beyden Theile, einem Producte aus dem Quadrate des erstern Theils dreymal genommen in den andern, und einem Producte aus dem Quadrate des andern Theils dreymal genommen in den erstern. W. Z. E.

| | |
|---|---|
| 400 + 120 + 9 | Quadratzahl von 23 (§. 93.). |
| 23 | |
| 27 | Cubus des andern Theils. |
| 360 | Product aus dem Quadrate des andern Theils 9 in den erstern 20 zweymal genommen. |
| 1200 | Product aus dem Quadrate des erstern Theils 400 in den andern 3. |
| 180 | Product aus dem Quadrate des andern Theils 9 in den erstern 20. |
| 2400 | Product aus dem Quadrate des erstern Theils 400 in den andern 3 zweymal genommen. |
| 8000 | Cubus des erstern Theils. |
| 12167 | Cubus der ganzen Zahl. |

## Der 1. Zusatz.

100. Es endiget sich die Cubiczahl des andern Theils in der ersten Stelle zur Rechten, weil keine Nulle daran hänget. In der andern Stelle höret das Product aus dem Quadrate des andern Theils, dreymal genommen in den erstern Theil, auf; in der dritten Stelle aber ein gleiches Product aus dem Quadrate des erstern Theils dreymal genommen in den andern; und endlich in den übrigen Stellen zur Linken findet sich die Cubiczahl des erstern Theils der Wurzel.

## Der 2. Zusatz.

101. Wenn die Wurzel aus mehr als zwo Ziffern bestehet, so darf man nur die erstern zwo, oder mehrere derselben, als eine ansehen, und alsdenn ist klar, daß jede Cubiczahl in sich enthält die

Cu-

Cubiczahlen aller Theile der Wurzel, und die Producte aus den Quadraten der vorhergehenden Theile zusammen dreymal genommen in den nächstfolgenden, und dem Quadrate eines jeden nächstfolgenden dreymal genommen in alle vorhergehenden zusammen.

## Der 3. Zusatz.

102. In welchen Stellen der ganzen Cubiczahl aber jede Cubiczahl der Theile, und jedes von gedachten Producten aufhöre, ist aus dem ersten Zusatze (§. 100.) abzunehmen.

## Die 16. Aufgabe.

103. **Aus einer gegebenen Zahl die Cubicwurzel auszuziehen.**

## Auflösung und Beweis.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Linke, und gebet jeder Classe drey Ziffern. Denn so viel Theile hat die Wurzel, als Classen heraus kommen (§. 100.).
2. Suchet in dem Wurzeltäflein (§. 92.) die Cubiczahl, welche derjenigen, so in der letzten Classe zur Linken stehet, am nächsten kommt, ziehet sie davon ab, und setzet die darzu gehörige Wurzel in die Stelle des Quotienten. Solchergestalt habt ihr den ersten Theil der Wurzel (§. 100.).
3. Diesen multipliciret mit sich selbst, und das herauskommende Quadrat (§. 88.) mit drey, setzet das Product unter die Cubiczahl an statt des Divisoris dergestalt, daß dessen letzte Ziffer zur Rechten unter die erste zur Linken in der folgenden Classe zu stehen kommt, und dividiret ge-

gewöhnlicher maßen: so kommt der andere Theil der Wurzel heraus (§. 100.).

4. Alsdenn multipliciret den Divisorem in den neuen Quotienten, und schreibet das Product darunter. Unter der mittleren Zahl derselben Classe fanget an, von der Rechten gegen die Linke, zu schreiben das Product von dem Quadrate des neuen Quotienten dreymal genommen in den vorhergehenden; und endlich unter der dritten die Cubiczahl des neuen Quotienten.

5. Addiret diese drey Producte, und ziehet die Summe ab von den in der gegebenen Zahl noch übrigen Ziffern (§. 100.)

6. Wenn man nun nach der dritten und vierten Regel bey den übrigen Classen fortfähret, so kommt endlich die verlangte Cubicwurzel heraus (§. 100. 101.).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 7 | 4 3 7 | 9 2 8 | (362 |
| | 2 7 | : : : | : : : | |
| | 2 0 | 4 3 7 | : : : | |
| Divisor. | (2 | 7): : | : : : | |
| Fact. ex Div. in N. Q. | 1 6 | 2 : : | : : : | |
| — ex tr. □ N. Q. in P. | 3 | 2 4 : | : : : | |
| Cubus Novi Quoti | | 2 1 6 | : : : | |
| Sum. Factorum | 1 9 | 6 5 6 | : : : | |
| | | 7 8 1 | 9 2 8 | |
| Divisor | | (3 8 8 | 8): : | |
| Fact. ex Div. in N. Q. | | 7 7 7 | 6 : : | |
| — ex tr. □ N. Q. in P. | | 4 | 3 2 : | |
| Cubus Novi Quoti | | | 8 | |
| | | 7 8 1 | 9 2 8 | |
| | | 0 0 0 | 0 0 0. | |

An-

## Anmerkung.

104. Wenn man die Einheit in der Cubiczahl in 1000 gleiche Theile theilet ( welches geschiehet, wenn man sie durch 1000 multipliciret); so wird die Wurzel in zehen Theile getheilet ( §. 89. ). Dannenhero, wenn eine gegebene Zahl keine vollkommene Cubiczahl ist, darf man nur 3 Nullen für die zehen Theilchen, drey für die hundert Theilchen u s. w. anhängen, und die Rechnung nach der ordentlichen Regel fortsetzen. Z. E. Es sey aus 3 die Cubiczahl zu ziehen.

```
3|000|000 (1 44/100
1| : : :
---------
2 000
 (3): :
1 2 : :
  4 8 :
    6 4
---------
1 7 4 4
---------
  256000
  (588): :
  2352: :
     672:
      64
---------
  241984
---------
   14016.
```

Will man wissen, ob man recht gerechnet habe, oder nicht; so muß man die gefundene Zahl in sich selbst, und das heraus kommende Product noch einmal in dieselbe multipliciren, und was in der Rechnung übrig geblieben, dazu addiren. Denn, wenn die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen heraus kommt, als man angehänget hat; so ist die Rechnung richtig ( §. 91. ). Will man die Cubicwurzel aus einem Bruche haben; so muß man sie aus dem Zähler und Nenner ins besondere ziehen.

Der

## Der 4. Lehrsatz.

105. In einer arithmetischen Proportion ist die Summe der beyden äussersten Glieder gleich der Summe der beyden mittlern.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3. | 5 ∴ | 8. | 10. |
| | 8 | | 3 |
| | 13 | = | 13. |

## Beweis.

Das andere Glied ist die Summe aus dem erstern, und dem Unterscheide der Glieder in beyden Verhältnissen; das vierte aber die Summe aus dem dritten und gedachtem Unterscheide (§. 66.). Derowegen, wenn man das erste und vierte addiret; so kommt die Summe des erstern und dritten Gliedes, und des erwähnten Unterscheides heraus. Addiret man aber das andere und dritte; so kommt gleichfalls die Summe von dem ersten und dritten Gliede, und dem mehrgedachten Unterscheide heraus. Derowegen müssen die beyden Summen einander gleich seyn (§. 31.). W. Z. E.

## Zusatz.

106. Wenn das andere Glied mit dem dritten übereinkommt; so ist die Summe der beyden äussersten von drey arithmetischen Proportionalzahlen der mittlern zweymal genommen gleich.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ∴ | 3. | 5. | 7 |
| | | 5 | 3 |
| | | 10=10. | |

Die

## Die 17. Aufgabe.

107. Zwischen zwoen gegebenen Zahlen die mittlere arithmetische Proportionalzahl zu finden.

### Auflösung.

1. Addiret die beyden gegebenen Zahlen ( z. E. 9 und 13).
2. Die Summe ( 22 ) halbiret , so kommt (§. 106.) die gesuchte Zahl ( 11 ) heraus.

## Die 18. Aufgabe.

108. Zu dreyen gegebenen Zahlen die vierte arithmetische Proportionalzahl zu finden.

### Auflösung.

1. Addiret die andere und dritte Zahl ( 5 und 9).
2. Von der Summe ( 14) ziehet die erste (8) ab, so bleibet die vierte ( 6 ) übrig ( §. 105.).

## Der 5. Lehrsatz.

109. In einer geometrischen Proportion ist das Product des ersten Gliedes in das vierte gleich dem Producte aus dem andern in das dritte.

$$\begin{array}{c} 3 : 6 = 4 : 8 \\ \quad 4 \qquad\quad 3 \\ \hline 24 = \quad 24. \end{array}$$

### Beweis.

$$\begin{array}{ll} 6 = 3.2, & 8 = 2.4, \\ 4 \quad 4 & 3 \quad 3 \\ \hline 24 = 3.2.4, & 24 = 3.2.4. \end{array}$$

Das andere Glied entstehet, wenn man das erste, und das vierte, wenn man das dritte durch den Namen der Verhältniß multipliciret (§. 66.). De-

rowegen, wenn man das erste Glied durch das vierte multipliciret, so ist das Product aus dem ersten und dritten Gliede, und dem Namen der Verhältniß erwachsen. Multipliciret man das andere Glied durch das dritte, so ist das Product gleichfalls aus dem ersten und dritten Gliede durch den Namen der Verhältniß erwachsen. Derowegen müssen die beyden Producte gleich seyn (§. 33.). W. Z. E.

## Zusatz.

110. Wenn demnach drey Zahlen proportional sind, daß die mittlere zwo Stellen vertritt (§. 68.); so ist das Product aus den beyden äussersten der Quadratzahl der mittleren gleich (§. 88.).

## Der 6. Lehrsatz.

111. **Wenn vier Zahlen oder Größen proportional sind, so verhält sich auch wechselsweise, wie die erste zu der dritten, so die andere zu der vierten.**

## Beweis.

Das andere Glied kommt heraus, wenn man das erste durch den Exponenten oder den Namen der Verhältniß multipliciret; das vierte aber, wenn man das dritte durch eben denselben Exponenten multipliciret (§. 66.). Derowegen verhält sich das andere Glied zu dem vierten, wie das erste zu dem dritten (§. 74.). W. Z. E.

## Die 19. Aufgabe.

112. **Zwischen zwoen gegebenen Zahlen die mittlere geometrische Proportionalzahl zu finden.**

Auf-

### Auflösung.

1. Multipliciret die beyden gegebenen Zahlen (8 und 72) durch einander.
2. Aus dem Producte (576) ziehet die Quadratwurzel (24) (§. 97.); so habt ihr die verlangte Zahl (§. 110.).

## Die 20. Aufgabe.

113. Zu dreyen gegebenen Zahlen die vierte, oder auch zu zwoen die dritte geometrische Proportionalzahl zu finden.

### Auflösung.

1. Multipliciret in den gegebenen Zahlen (3, 12, 5,) die andere (12) durch die dritte (5) oder in dem andern Falle, die andere (12) durch sich selbst.
2. Das Product (60 oder 144) dividiret durch die erste (3), so ist der Quotient (20) die vierte (§. 109.); oder in dem anderen Falle (48) die dritte (§. 110.).

### Die 1. Anmerkung.

114. Die Auflösung dieser Aufgabe nennet man insgemein die Regel Detri, weil aus dreyen Zahlen die vierte gefunden wird. Und hat dieselbe einen unaussprechlichen Nutzen, so wohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wissenschaften. Es ist aber aus der Aufgabe leicht zu ersehen, daß man die Regel Detri nirgends anbringen kann, als wo man vorher aus der Beschaffenheit der Sachen versichert ist, daß eine geometrische Proportion unter ihnen anzutreffen ist. Z. E. Es ist ein großes Gefäß mit Wasser angefüllet; unten an dem Boden ein enges Löchlein, dadurch es heraus laufen kann. Man hat befunden, daß in 2. Minuten 3. Kannen heraus gelaufen sind. Die Frage ist, wenn hundert Kannen heraus laufen werden? Hier sind drey Zahlen gegeben: die vierte soll man finden. Allein es ist bekannt, daß das Wasser anfangs geschwinde, hernachmals langsam laufet, und

also die Zahl der ausgelaufenen Kannen der Zeit, in welcher sie heraus laufen, keinesweges proportional ist. Derowegen kann man auch diese Frage durch die Regel Detri nicht auflösen.

## Die 2. Anmerkung.

115. Im Handel ist der Werth der Waare jederzeit ihrer Größe gleich. Denn, wenn einer zweymal so viel nimmt, zahlt er doppelt; nimmt er dreymal soviel als ein anderer, so zahlet er dreyfach Geld. Daher kann man aus dem gegebenen Werthe von einer gewissen Größe einer Waare den Werth einer andern Größe, oder auch die Größe der Waare von einem gegebenen Werthe finden. Z. E. 3. Pf. kommen 4. Thlr.: wie viel kommen 17 Pf.? Hier ist klar, daß, wie vielmal 3 Pf. in 17 Pf. enthalten sind, eben so vielmal die 4 Thlr. als der Werth von 3 Pf. in dem Werthe der 17 Pf. enthalten seyn müssen, den ich suche, und nach der Regel Detri also finde:

3 Pf. — 17 Pf. — 4 Thlr.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 2 | |
| 68 | 68 | $22\frac{2}{3}$ Thlr. |
| | 33 | |

Oder für 4 Thlr. bekommt man 3 Pf.: wie viel wird man vor $22\frac{2}{3}$ Thlr. bekommen? Hier ist abermal klar, daß, wie vielmal der Werth von 3 Pf. nämlich 4 Thlr. in dem Werthe der gesuchten Pf. nämlich $22\frac{2}{3}$ Thlr. enthalten ist, eben so vielmal die 3 Pfunde in den gesuchten enthalten seyn müssen; die man durch die Regel Detri solchergestalt findet:

4 Thlr. — $22\frac{2}{3}$ Thlr. — 3 Pf.

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | |
| 68 | 68 | 17 Pf. |
| | 44 | |

Woraus zugleich zu ersehen ist, wie man in der Regel Detri die Probe anstellen kann, ob man recht gerechnet habe oder nicht: nämlich wenn man, wie hier geschehen das Exempel, umkehret.

Die

## Die 3. Anmerkung.

116. Eben so verhält sich der Lohn der Arbeiter, wie die Zahl der Zeiten, in welcher sie gearbeitet haben, wenn man auf Tage oder Stunden mit ihnen gedungen. Imgleichen die Größe der verrichteten Arbeit ist der Zeit proportional, wenn man eine Stunde so viel arbeitet, als wie die andere; imgleichen der Zahl der Arbeiter, wenn einer so viel arbeitet als der andere, u. s. w. Z. E. In einer Stunde lieset einer 6. Blätter in einem Buche. Die Frage ist, in wie viel Stunden er 360 Blätter lesen werde? Die verlangte Zahl findet man nach der Regel Detri also:

6 Bl. — 360 Bl. 1 St.
1
―――――
360 | 60 St.
66 |

## Die 4. Anmerkung.

117. Unterweilen geschiehet es, daß zwischen den Zahlen keine solche Proportion zu finden, dergleichen zwischen den Sachen, die gezählet werden, anzutreffen ist, wenn nämlich nicht alle Zahlen von einerley Art sind. Da denn nöthig ist, daß sie zu einerley Art gebracht werden, ehe man die Regel Detri anbringen kann, als wenn man die Thaler in Groschen, die Groschen in Pfennige, die Pfunde in Lothe, die Stunden in Minuten u. s. w. verwandelt. Z. E. 3. Pf. und 4. L. kosten 2. Thlr. 4 gr. was kommen 2 Pf.? die Rechnung geschiehet also:

3 Pf. 4 L. — 2 Pf. — 2 Thlr. 4 gr.
32     32     24
―――――
100 L. — 64 L. — 52 gr.
52
―――――
128
320
―――――
3328     3328 | $33\frac{28}{100}$ gr.
1100 | oder $33\frac{7}{25}$ gr.

## Die 5. Anmerkung.

118. Es geschiehet meistentheils, daß die übrigen Brüche eine ganz andere Eintheilung des Ganzen erfordern, als insgemein gebräuchlich ist. Als in dem vorhergehenden Exempel soll der Groschen in 25 Theile getheilet werden; wir aber theilen ihn in 12 ein. Derowegen muß man einen andern Bruch finden, der so viel gilt, wie der gegebene $\frac{7}{25}$, und zum Nenner 12 hat. Da nun der gesuchte Zähler des Bruches in 12 so vielmal enthalten seyn muß, als der gegebene Zähler 7 in seinem Nenner 25 (§. 78.); so kann auch diese Verwandlung durch die Regel Detri folgendergestalt geschehen:

$$25 - 7 - 12$$
$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 84 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \not{2}9 \\ \not{8}\not{4} \\ \not{2}\not{5} \end{array} \Big| \, 3\tfrac{9}{25} \text{ Pf.}$$

Weil der Pfenning nicht weiter eingetheilet wird, so muß man die $\frac{9}{25}$, welche etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von einem Pfennige sind, weg lassen: sonst könnte man ihren Werth gleichfalls nach der Regel Detri finden.

## Die 6. Anmerkung.

119. Man findet in den arithmetischen Schriften auch eine verkehrte Regel Detri, die man aber nicht nöthig hat, wenn man die Zahlen dergestalt neben einander setzet, wie es die Proportion erfordert. Z. E. 125 Soldaten werden mit einem Festungsbaue innerhalb 6. Monaten fertig. Es ist aber die Frage, wie viel Soldaten muß man haben, daß der Bau innerhalb 2 Monaten fertig werde? Hier ist klar, daß, wie vielmal 2 Monate in 6 Monaten enthalten sind, eben so vielmal die Zahl der Soldaten, welche 6 Monate mit der Arbeit zubringen, in der Zahl derer enthalten sey, welche in 2 Monaten fertig werden sollen. Denn, je geschwinder die Arbeit fortgehen soll, je mehr Soldaten muß man dazu haben. Die Rechnung geschiehet demnach also:

2 M. 6 M. — 125 S.
6
―――
750

xx
~~750~~ | 375 S.
~~222~~ |

## Die 7. Anmerkung.

120. Unterweilen muß man die Regel Detri zweymal anbringen, ehe man die verlangte Zahl finden kann: woraus einige ohne Noth eine besondere Regel gemacht, und sie die Regel de quinque. ingleichen Regulam compositam genennet haben. Z. E. 300 Thlr. bringen in 2 Jahren 36 Thlr. Interesse: wie viel tragen 20000 Thlr. in 12 Jahren? Hier suchet man erstlich durch die Regel Detri, wie viel 20000 Thlr. in 2 Jahren bringen; darnach durch eben dieselbe, wie viel sie in 12. Jahren tragen, folgendergestalt:

300 Thlr. — 20000 Thlr. — 36 Inter.
36
―――
720000

x
~~720000~~ | 2400 Thlr.
~~333300~~ |

2 J. — 12 J. — 2400 Thlr.
12
―――
4800
24
―――
28800.

~~28800~~ | 14400 Thlr.
~~22222~~ |

## Die 8. Anmerkung.

121. Es lassen sich dergleichen Exempel auch durch eine Anwendung der Regel Detri rechnen. Denn, weil 2 mal 300 Thlr. so viel in einem Jahre Interesse bringen, als 300 in zweyen, und 12 mal 20000 in einem Jahre so viel geben, als 20000 in 12 Jahren so darf ich nur die Umstände der Zeit weglassen, und sagen: 2 mal 300 das ist 600 Thl.

geben (nämlich in einem Jahre) 36 Thl. Interesse: was geben 12 mal 20000, das ist 240000 Thl. (nämlich wiederum in einem Jahre)?

600 Thlr. — 240000 Thlr. — 36 Inter.
36
―――――
1440000
72        22
――――――― 8640000 | 14400 Thlr.
8640000 6666600 |

Und diese letztere Manier ist rathsamer, als die erstere, weil in der erstern öfters verdrießliche Bruchrechnungen vorkommen.

## Die 9. Anmerkung.

122. Bey einigen Exempeln muß man die Regel Detri nothwendig etlichemal anbringen, als in den Gesellschaftsrechnungen so vielmal, als Personen sind, die an dem Gewinne oder Verluste in der Handlung Antheil haben. Denn, weil derjenige doppelt Geld gewinnet und verlieret, der doppelte Zulage giebt, u. s. w.; so verhält sich jederzeit die ganze Zulage zu eines jeden Zulage ins besondere, wie der ganze Gewinn oder Verlust zu eines jeden Gewinn oder Verlust ins besondere. Z. E. Es haben drey Personen in einer Handlung 2000 Thlr. gewonnen. Der erste hat gegeben 1000 Thlr.; der andere 500 Thlr.; der dritte 300 Thlr. Man soll finden, wie viel jedem von dem Gewinne gebühret. Dieses geschiehet folgendergestalt:

| | | |
|---|---|---|
| Zulage | des ersten | 1000 Thlr. |
| | des andern | 500 — |
| | des dritten | 300 — |
| Ganze Zulage | | 1800, |

1800 Thlr. — 1000 Thlr. — 2000 Thlr.
2 000

2000000

111
12222
2000000 | 1111 $\frac{2}{18}$ Thlr. Gewinn des ersten.
18888
111

1800 Thlr. — 500 Thlr. — 2000 Thlr.
2 000

1000000

111
555
1000000 | 555 $\frac{10}{18}$ Thlr. Gewinn des andern.
188800
11

1800 Thlr. — 300 Thlr. — 2000 Thlr.
2 000

600000

33
3666
600000 | 333 $\frac{6}{18}$ Thlr. Gewinn des dritten.
1888
11

## Probe.

| | |
|---|---|
| 1111 $\frac{2}{18}$ | Gewinn des ersten. |
| 555 $\frac{10}{18}$ | Gewinn des andern. |
| 333 $\frac{6}{18}$ | Gewinn des dritten. |
| 2000 Thlr. | ganzer Gewinn. |

## Die 10. Anmerkung.

123. Es giebt auch viel andere Exempel, die auf eine gleiche Weise gerechnet werden. Als wenn man nicht allein in der Medicin, sondern auch in andern Künsten und Wissenschaften das Gewicht der Ingredientien weiß, die man mit einander in Zubereitung eines Dinges vermischen soll, und man will wissen, wie viel von jedem zu nehmen ist, damit das Vermischte ein verlangtes Gewicht habe. Z. E. Eine Medicin hat 3 Ingredientien, von dem einen kommen dazu 4 Lothe, von dem andern 5 Lothe, von dem dritten 2 Lothe. Die Frage ist, wie viel man von jedem nehmen müsse, daß man von der Medicin 8 Pf. habe? Die Rechnung geschiehet folgendermaßen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gewicht | des ersten | Ingred. | 4 Lothe. |
| | des andern | | 5 — |
| | des dritten | | 2 — |
| | Summe | | 11 L. |

11 L. — 8 Pf. — 4 L.
32
256 L.
4
1024

181
1024 | $93\frac{1}{11}$ L. Gewicht des ersten Ingred.
111
1

11 L.

11 L. — 8 Pf. — 5 L.
32
256 L.
5
1280

x
x14
x28ø
xxxx
xx

116 $\frac{4}{11}$ L. Gewicht des andern Ingred.

11 L. — 8 Pf. 2 L.
32
256 L.
2
512

x
x16
5x2
xxx
x

46 $\frac{6}{11}$ L. Gewicht des dritten Ingred.

## Probe.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gewicht | des ersten | Ingred. | 93 $\frac{1}{11}$ L. |
| | des andern | | 116 $\frac{4}{11}$ L. |
| | des dritten | | 46 $\frac{6}{11}$ L. |
| | Summe | | 256 L. |
| | | | oder 8 Pf. |

Die

## Die 11. Anmerkung.

124. Man hat in verschiedenen Fällen einige Vortheile in der Regel Detri, welche insgemein die wälsche Practica genennet werden. Uns begnüget die nützlichsten davon zu erzählen. Weil die Regel Detri zu dreyen gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl suchet (§. 113. 114.), wenn man aber zwo Zahlen durch eine Zahl dividiret, die herauskommenden Quotienten mit ihnen einerley Verhältniß haben (§. 75.); so dividiret die erste und andere, oder auch (§. 111.) die erste und dritte Zahl (wenn sie sich genau dividiren laßen) durch eine Zahl, und brauchet die herauskommenden Quotienten anstatt derselben in der Rechnung; wie aus beygefügten Exempeln zu ersehen ist.

3 Pf. kosten 9 Thlr. wie viel 7 Pf.?
3) 1 3 3

Fac. 21 Thlr.

14 Pf. kosten 26 Thlr. wie viel 7 Pf.?
7)2 2) — 1
Fac. 13 Thlr.

## Die 12. Anmerkung.

125. Wenn entweder die erste oder dritte Zahl 1, und die andere von beyden nicht allzu groß, die mittlere aber aus Zahlen von vielerley Arten zusammen gesetzt ist; so hat man nicht nöthig, die in der vierten Anmerkung (§. 117.) vorgeschriebene Reduction anzustellen, wie folgendes Exempel ausweiset:

1 Pf. kostet 3 Thlr. 8 Gr. 6 Pf. wie viel 5 Pf.?
5

Fac. 16 Thlr. 18 Gr. 6 Pf.

Nämlich ich sehe hier bald, daß 2 mal 6 pf. einen Groschen machen, und also 5 mal 6 pf. 2 gr. 6 pf.: wiederum 3 mal 8 gr. einen Thaler und also noch 2 mal 8 darüber 16 gr. Dannenhero addire ich den Thaler zu den übrigen 15 Thlr.

und

und die 2 gr. zu den 16 gr. So ist das verlangte Facit 16 Thlr. 18 gr. 6 pf.

## Die 13. Anmerkung.

126. Wenn entweder die erste oder dritte Zahl 1 ist, und in dem erstern Falle eine von den übrigen beyden, in dem anderen aber die erste sich in Factores zerfällen lassen; so kann man die Rechnung öfters im Kopfe verrichten: wie sichs aus beygefügten Exempeln abnehmen läßt.

1 Pf. kostet 24 Thlr. wie viel 20 Pf.?
4 | 4
6 | 80
  | 6
  | Fac. 480.

12 Pf. kosten 18 Rthlr. wie viel 1 Pf.?
3 | 2
4 | 18 (6 ($1\frac{2}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$ Thlr.
  | 3 4

## Die 14. Anmerkung.

127. Wenn eine von den gegebenen Zahlen 1 ist, lassen sich verschiedene Vortheile, im Kopfe zu rechnen, aus der Rechnung, ohne das Einmal Eins nehmen (§. 58. 61.). Z. E. Es kosten 9 Pf. 20 Thlr. Die Frage ist: wie hoch 1 kommt? Ich sehe hier gleich, wenn ich den zehenten Theil nehme, nämlich 2 Thlr., daß ich noch den 9ten Theil davon, nämlich $\frac{2}{9}$ Thlr. dazu addiren muß. Und also das Facit $2\frac{2}{9}$ Thl. sey. Item 5. Pf. kommen 54. Thl.: was 1. Pf.? Weil 5 die Hälfte von 10 ist, duplire ich nur den zehenten Theil von 54 Thl. nämlich 5 Thl. $\frac{4}{10}$, so kommt das Facit $10\frac{4}{5}$ Thl. Item: 1 Pf. kostet 18 gr.: wie viel 19 Pf.? Weil 19 zwanzig weniger eins sind, so duplire ich nur 18. und hänge an das Product eine Nulle. Von dieser Zahl 360 ziehe ich 18 ab, so bleibt das Facit 342 gr. übrig.

Die

## Die 15. Anmerkung.

128. Wenn die zwo gleichnamigen Zahlen von einander um 1 unterschieden, kann man einen besondern Vortheil brauchen, der sich durch Exempel am bequemsten zeigen läßt. Z. E. 5 Pf. kosten 30 Thl.: wie viel 4 Pf.? Weil 4 Pf. um den fünften Theil weniger kosten müssen, als 5 Pf., so dividire ich nur 30 durch 5 und den Quotienten 6 ziehe ich von 30 ab, so bleibet das Facit 24 Thl. übrig. Item: 8 Pf. kommen 24 Thl.: wie viel 9 Pf.? Weil 9 Pf. um $\frac{1}{8}$ mehr als 8 kosten, so darf ich nur den achten Theil von 24, nämlich 3 Thl. zu 24 Thl. addiren, so kommt das Facit 27 Thl.

## Die 16. Anmerkung.

129. Unterweilen kann man verschiedene Vortheile bey einem Exempel anbringen. Als

100 Pf. kosten 30 Thlr. 4 Gr. wie viel 50 Pf.?
50) 2 2) ——————— 1
15 Thlr. 2 Gr.

Item: 60 Pf. kosten 80 Thlr. was 2520 Pf.?
6) ———
60) 1 480 42
7) ——— ———
3360 Thlr. Fac. 6
7

# E N D E
# der Rechenkunst.

# Anfangsgründe
der
# Geometrie.

# Vorrede.

Geehrter Leser!

Die wenigsten sehen die Geometrie mit rechten Augen an, und können dannenhero nicht begreifen, warum *Plato* diejenigen, welche in derselben unerfahren waren, aus seinem Auditorio zurücke wies, und zum Studiren, nach unserer Mundart, für untüchtig erklärete. Man bildet sich ein, es komme in ihr auf das bloße Feldmessen an: da sie doch den Grund zu aller genauen Erkänntniß in allen natürlichen Wissenschaften leget, und ohne sie durch die Kunst wenig ausgerichtet werden kann. Ich habe demnach die nützlichsten Lehrsätze derselben auf gehörige Weise erwiesen, und damit sie nicht verdrüßlich fielen, ihren Nutzen jederzeit in Auflösung verschiedener Aufgaben

gezeiget. Ungeachtet aber dieselben im bloßen Feldmessen und Ausrechnung des körperlichen Inhalts zu bestehen scheinen: so wird doch im Folgenden das Gegentheil klärlich erhellen, wenn wir in den übrigen Theilen der Mathematik die Geometrie anbringen werden. Ich hatte mir zwar vorgenommen, die Application der geometrischen Sätze in der Natur und Kunst hin und wieder zu zeigen; allein, weil dieses für einen kurzen Begriff, den ich beyzubringen Vorhabens bin, zu weitläuftig fallen würde, auch nicht allen einerley Exempel nöthig und angenehm sind; so habe solches im Werke selbst unterlassen wollen, und behalte mir die völlige Freyheit, in meinen Discursen, nach der Beschaffenheit meiner Zuhörer, Exempel zu erwählen. Hier habe ich nur erinnern wollen, daß man durch geometrische Auflösungen verschiedener Aufgaben öfters leichte finden kann, was man durch Rechnung weitläuftig und nicht ohne Verdruß suchen müßte. Und das war die Absicht der Alten, die zuerst auf die geometrischen Auflösungen gedacht haben, welche Unverständige heute zu Tage für ein leeres Spielwerk ansehen. Ich wünsche allen, die dieses lesen werden, Lust zur Geometrie; so werden sie erfahren, daß ich mir nicht im geringsten vorgenommen habe, ihr eine Lobrede zu halten.

# Anfangsgründe der Geometrie.

## Die 1. Erklärung.

1.

Die Geometrie ist eine Wissenschaft des Raums, den die körperlichen Dinge nach ihrer Länge, Breite und Dicke einnehmen.

## Die 2. Erklärung.

2. Wenn man die Länge ohne die Breite und Dicke betrachtet, so nennet man sie eine Linie; ihren Anfang und Ende aber einen Punct, den man sich also ohne alle Theile gedenken muß, maßen er sonst eine Linie wäre, und wieder seinen Anfang und Ende haben müßte. Wenn sich nun ein Punct von einem Orte gegen den andern bewegt; so wird eine Linie beschrieben.

## Die 1. Anmerkung.

3. Schwenter in seiner *Geometria practica p. 2.* erkläret gar deutlich die Beschaffenheit eines mathematischen „Puncts durch folgendes Exempel. Wenn eine Linie, „spricht er, in zwey gleiche Theile getheilet werden soll, „geschiehet solches durch ein Zeichen nur mit dem Sinne „begriffen. Das ist der Punct. Dieser weiset nur den „Ort, da die zwey Linien sich scheiden, benimmt aber beyden Linien nichts, denn sie beyde zusammen der erstern „Linie gleich verbleiben, so zu theilen vorgegeben.„

## Die 2. Anmerkung.

4. Aus dieser Erklärung erhellet, daß die Geometræ zulängliche Ursachen gehabt haben, warum sie den Punct untheilbar annehmen, unerachtet die Einbildung so wenig, als unsere Hand mit ihren Instrumenten, einen untheilbaren Punct formiren kann. Damit er nämlich kein Theil der Linie würde: welches auch in der Ausübung der Geometrie mit Sorgfalt zu vermeiden ist.

## Die 3. Erklärung.

5. **Die Aehnlichkeit ist die Uebereinstimmung dessen, wodurch die Dinge durch den Verstand von einander unterschieden werden.**

## Anmerkung.

6. Zum Exempel, ich habe zwo Sachen, A und B, und betrachte eine nach der andern. Ich merke mit Fleiß auf alles, was nur in der Sache A wahrzunehmen ist, und zeichne es auf das genaueste auf. Gleichergestalt schreibe ich alles haarklein auf, was ich in der Sache B erkennen kann. Wenn ich nun beydes gegen einander halte, was ich aufgezeichnet habe, so finde ich, daß es einerley sey.

## Zugabe.

7. Also können ähnliche Dinge nicht von einander unterschieden werden, wenn man sie nicht entweder wirklich, oder in Gedanken vermittelst einer dritten Sache, z. E. eines Maaßstabes, zusammen bringet.

## Die 4. Erklärung.

Tab. I. Fig. 1. 8. **Eine gerade Linie AB ist, deren Theil der ganzen ähnlich ist. Eine krumme Linie AB ist, deren Theile der ganzen unähnlich sind.**

## Die 1. Anmerkung.

9. Auf dem Papiere wird eine gerade Linie mit einer Reißfeder, oder einem subtilen Stifte, nach dem Lineale gezogen,

zogen, welches man auf die zween gegebenen Puncte anleget: auf dem Holze oder Steine durch einen mit Kreide oder Röthel bestrichenen Faden aufgeschlagen: auf dem Felde mit zween Stäben abgestecket, die an ihren Enden aufgerichtet werden. Es kann aber mit zween Stäben der dritte in einer geraden Linie gesteckt werden, wenn das Auge, so gegen den einen gerichtet wird, die andern beyden nicht siehet. Daher hat Plato die gerade Linie beschrieben, *quod ejus extrema obumbrent omnia media.*

## Die 2 Anmerkung.

10. Wenn man etwas ausmessen will, so vergleicht man es mit einem andern von seiner Art, und suchet seine Verhältniß zu ihm, daß ist, wie vielmal es das andere in sich begreift, oder in demselben enthalten ist. Daher nimmt man zum Maaßstabe der Linie eine gewisse Linie oder Länge an, welche man eine Ruthe nennet. Dieselbe theilet man in 10 gleiche Theile, und nennet einen derselben einen Schuh, der Schuh wird abermal in 10 Zolle, und der Zoll in 10 Linien getheilet. Weil aber der Maaßstab willkührlich ist, so kann man leicht erachten, daß nicht an allen Orten der Schuh von gleicher Grösse sey. Weiß man die Verhältniß zweener Schuhe gegen einander, so kann man jederzeit durch die Regel Detri (§. 113. 114. *Arithm.*) ein Maaß in das andere verwandeln. Z. E. Nach dem Picard verhält sich der Pariser Schuh zu dem rheinländischen wie 1440 zu 1392, daß ist, (weil man nämlich beyderseits durch 48 dividiren kann), wie 30 zu 29 (§. 75. *Arithm.*). Wenn nun nach dem rheinländischen Maaße 345 Schuhe gegeben würden, und man wollte wissen, wie viel sie nach dem Pariser Maaße machten, so dürfte man nur setzen:

30 — 29 — 345<br>
15) 2   23   23   (§. 124 *Arithm.*)<br>
57<br>
58<br>
1<br>
667 | $333\frac{1}{2}$.<br>
222 |

Alsdenn findet man (*§. 113. Arithm.*) 333⅓ Pariser Schuhe. Es ist aber wohl zu merken, daß nicht an allen Orten die Ruthe und Schuhe auf gleiche Art eingetheilet werden. Denn das rheinländische Maaß wird immer in 12 getheilet, da hingegen das geometrische nur 10 Theile hat. Darnach man sich in Verwandlung eines Maaßes in das andere zu achten hat.

## Die 3. Anmerkung.

11. Unerachtet aber die Länge ohne die Breite und Dicke niemals irgendwo zu finden ist; so ist es doch nöthig und nützlich, daß man sie allein betrachtet. Nöthig ist es, weil unser Verstand nicht viel Sachen auf einmal denken kann, und daher in Gedanken von einander trennen muß, was in der Natur ungeschieden gefunden wird: nützlich aber, weil unzählich viel Fälle vorkommen, da man nur die eine Abmessung eines Körpers erkennen will, z. E. die Höhe eines Thurms ohne seine Breite und Dicke, die Breite eines Flusses ohne seine Tiefe und Länge.

## Die 5. Erklärung.

Tab. I. Fig. 2.

**12. Unter den krummen Linien ist die bekannteste und zur Zeit die nützlichste die Circullinie. Es wird aber ein Circul beschrieben, wenn eine gerade Linie CA sich auf der Ebene um einen festen Punct C beweget.**

## Anmerkung.

13. Auf dem Papiere wird dieses mit einem besondern Instrumente verrichtet, welches man einen Circul nennet. Auf dem Felde und im Großen braucht man an statt der Linie einen Faden, oder eine Schnur, oder eine Stange: wie man denn auch besondere Stangencircul hat.

## Die 6. Erklärung.

Tab. I. Fig. 3.

**14. Der Punct C heisset der Mittelpunct (Centrum), weil alle Puncte in der Peripherie gleichweit von ihm abstehen (§. 12.); die Linie CA der Halbmesser (Semidiameter oder Radius):**

die

die Linie, welche von einem Puncte der Peripherie D bis zu dem andern E durch den Mittelpunct C gezogen wird, der Durchmesser (Diameter): eine Linie FG überhaupt, die von einem Puncte der Peripherie F bis zu dem andern G gezogen wird, eine Sehne (Chorda oder Subtensa.)

## Anmerkung.

15. Die Peripherie eines jeden Circuls, er mag groß oder klein seyn, wird in 360 gleiche Theile oder Grade eingetheilet, weil sich diese Zahl durch viel Zahlen genau dividiren läßt, als durch 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 10. 12. und so weiter. Jeder Grad bestehet aus 60 Minuten, eine Minute aus 60 Secunden, u. s. w. die Grade zeichnet man mit (o) wie die Ruthen, die Minuten mit (′) wie die Schuhe. Z. E. 3°25′ 17″ heisset 3 Grad 25 Minuten 17 Secunden: 3° 2′ 4″ aber 3 Ruthen 2 Schuhe 4 Zölle.

## Die 7. Erklärung.

16. Wenn man zwo Linien AB und AC in einem Puncte A zusammen setzet, so heißt ihre Neigung gegen einander ein Winkel. Tab. I. Fig. 4.

## Die 1. Anmerkung.

17. Diesen Winkel nennet man entweder mit einem Buchstaben A, oder in gewissen Fällen, um die entstehende Verwirrung mit andern Winkeln zu vermeiden, mit drey Buchstaben BAC, so, daß derjenige mitten stehet, welcher an der Spitze des Winkels zu finden ist. Seine Grösse aber pfleget man durch einen Circulbogen, der aus dem Centro A mit beliebiger Eröfnung des Circuls beschrieben wird, zu messen. Nämlich so viel der Bogen DE Grade und Minuten hat, so viel Grade und Minuten eignet man dem Winkel A zu.

## Die 2. Anmerkung.

18. Um die Zahl der Grade und Minuten, die dem Bogen DE zugehören, zu finden, bereitet man halbe Circul von Meßing, und theilet sie in Grade und halbe Grade,

ja so viel sichs thun läßt, in Minuten ein. Die kleinen, so auf dem Papiere gebraucht werden, nennet man *Transporteurs*; die großen, so auf dem Felde erfordert werden, insgemein *Astrolabia*, wiewohl nicht mit gutem Rechte; besser **Winkelmesser.**

## Die 8. Erklärung.

Tab I. Fig. 5. 19. Wenn eine Linie AB auf der andern CD dergestalt aufgerichtet stehet, daß die Winkel zu beyden Seiten einander gleich sind; so sagt man, sie stehe auf CD perpendicular oder senkrecht.

## Die 9. Erklärung.

Tab. I. Fig. 5. 20. Der Winkel ABC, den die Perpendicularlinie AB mit der Linie BC machet, heisset ein rechter Winkel (angulus rectus): Einjeder
Tab. I. Fig. 6. kleinerer Winkel E ein spitziger Winkel (angulus acutus), und ein jeder größerer F ein stumpfer
Tab. I. Fig. 7. Winkel (angulus obtusus).

## Die 10. Erklärung.

Tab. I. Fig. 8. 21. Wenn man einen Winkel A durch eine gerade Linie BC schließt, so entstehet ein Dreyeck oder Triangel. Man nennet es aber rechtwinklicht, wenn der eine Winkel A ein rechter
Tab. I. Fig. 9. ist; stumpfwinklicht, wenn der eine Winkel D ein stumpfer ist;
Tab. I. Fig. 10. spitzwinklicht, wenn alle drey spitzig sind, wie A, B, C. Hingegen, wenn
Tab. I. Fig. 11. alle drey Seiten AB, BC, CA gleich sind, heisset es ein gleichseitiger Triangel (Triangulum æquilaterum):
Tab. II. Fig. 12. sind zwo Seiten AB und BC gleich, ein gleichschenklichter, (Triangulum æquicrurum oder Isosceles): ist keine Seite der andern gleich,
Tab. II. Fig. 13. ein ungleichseitiger, als HIK (Triangulum scalenum.).

Die

## Die 11. Erklärung.

22. Ein Quadrat (Quadratum) ist eine Figur, die 4 gleiche Seiten AB, BC, CD, AD, und lauter rechte Winkel hat. Ein länglichtes Viereck Oblongum oder Rectangulum hat lauter rechte Winkel, aber es sind nur die zwo einander entgegen gesetzten Seiten EF und HG, imgleichen EH und FG, einander gleich. Eine Raute (RHOMBUS) hat vier gleiche Seiten IK, KL, LM, IM, und lauter schiefe Winkel, keinen rechten. Eine länglichte Raute (RHOMBOIDES) hat zwar lauter schiefe Winkel, aber nur die beyden einander entgegen gesetzten Seiten ON und PQ, OP und QN sind einander gleich. Es werden diese Vierecke beschrieben, wenn eine Linie OP sich an einer andern ON dergestalt herunter beweget, daß sie sich selbst immer parallel bleibet, das ist, immer einerley Weite in allen ihren Puncten von eben denselben Puncten im Anfange der Bewegung behält (§. 25.). Die übrigen Vierecke werden TRAPEZIA genennet, als STVZ.

Tab. II. Fig. 14. Tab. II. Fig. 15. Tab. II. Fig. 16. Tab. II. Fig. 17. Tab. II. Fig. 18.

## Die 12. Erklärung.

23. Die übrigen Figuren, welche mehr als vier Seiten haben, werden Polygone oder Vielecke genennet: und insonderheit Fünfecke, wenn sie fünf; Sechsecke, wenn sie sechs Seiten haben, u. s. w.

Tab. II. Fig. 19. Tab. II. Fig. 20.

## Die 13. Erklärung.

24. Wenn in einer Figur alle Seiten und Winkel einander gleich sind, als in ABCDEF, so heisset sie eine reguläre oder ordentliche Figur;

Tab. II. Fig. 20.

Tab. II. Fig. 21. sind aber die Seiten und Winkel nicht alle einander gleich, als in GHIKL, so nennet man sie eine irreguläre oder unordentliche Figur.

## Die 14. Erklärung.

Tab. III. Fig. 22. 25. Wenn zwo Linien AB und CD immer eine Weite von einander behalten, so sind sie Parallellinien: Es wird demnach die Linie AB mit CD parallel beschrieben, wenn der Perpendicul IH sich an ihr dergestalt herunter beweget, daß er mit ihr beständig einen rechten Winkel machet. Tab. IX. Fig. 61.

## Die 15. Erklärung.

26. Die Vierecke, deren Seiten einander parallel sind, nennet man Parallelogramma.

## Die 16. Erklärung.

Tab. III. Fig. 23. 27. Wenn ein halber Circul X sich um seinen Diameter AB herum beweget, so beschreibt er eine Kugel.

## Zusatz.

28. Also sind alle Puncte in der Kugelfläche von dem Mittelpuncte X gleichweit weg (§. 14.).

## Die 17. Erklärung.

Tab. III. Fig. 24. 29. Wenn eine geradlinichte Figur ABC sich an einer geraden Linie AD dergestalt herunter beweget, daß sie sich immer parallel bleibet, das ist, eine jede Linie in derselben ein Parallelogrammum beschreibet; so beschreibet sie ein PRISMA: beweget sich aber ein Circul X an einer geraden Linie FG gleichergestalt herunter, oder ein Rectangulum ABCD und Quadrat um seine Tab. III. Fig. 25. n. 1. n. 2.

Höhe

Höhe AD; so wird ein Cylinder oder eine Walze beschrieben.

### Der 1. Zusatz.

30. Ein jedes Prisma hat zwo gleiche Grundflächen ABC und DEF (§. 27. *Arithm.*), und ist um und um von so vielen Vierecken ACED, CEFB und ADFB eingeschlossen, als die Grundfläche ABC Seiten hat. Tab. III. Fig. 24.

### Der 2. Zusatz.

31. In dem Prismate und Cylinder sind alle Durchschnitte, die mit ihren Grundflächen parallel geschehen, einander gleich (§. 27. *Arithm.*).

### Die 18. Erklärung.

32. Wenn sich ein Rectangulum ABCD an einer Linie AE, die auf beyden Linien AB und AD perpendicular stehet, auf gleiche Art herunter beweget, so bekommt man ein *Parallelepipedum*: beweget sich aber ein Quadrat O an einer Linie HI, die seiner Seite gleich ist, und auf HI und HM perpendicular stehet, herunter, einen *Cubum* oder Würfel. Tab. III. Fig. 26. Tab. III. Fig. 27.

### Der 1. Zusatz.

33. Das Parellelepipedum ist in sechs Rectangula eingeschlossen, deren zwey einander gegen überstehende einander gleich sind. Und alle Durchschnitte, die mit der Grundfläche parallel geschehen, sind einander gleich (§. 27. *Arithm.*).

### Der 2. Zusatz.

34. Ein Würfel ist in sechs gleiche Quadrate eingeschlossen.

## Die 19. Erklärung.

Tab. III. Fig. 28. 35. Wenn sich ein rechtwinklichter Triangel ABC um seine Seite AB herum beweget, so beschreibt er einen *Conum* oder Kegel. Eben dieses geschiehet, wenn eine gerade Linie AC, die sich an einem festen Puncte A verschieben läßt, sich mit dem Ende C an der Peripherie eines unbeweglichen Circuls herum beweget.

## Zusatz.

36. Alle Durchschnitte die im Kegel mit der Grundfläche DBC parallel geschehen, sind Circul, aber immer kleinere, je näher sie der Spitze A kommen (§. 12.).

## Die 20. Erklärung.

Tab. III. Fig. 29. 37. Wenn eine Linie AD sich in einem festen Puncte D verschieben läßt, und um die ganze Peripherie einer geradlinichten Figur ABC mit dem andern Ende A bewegt wird; so entstehet eine Pyramide.

## Zusatz.

38. Eine Pyramide hat zur Grundfläche eine geradlinichte Figur ABC, und ist um und um in so viele Triangel DAB, DBC und DAC, als die Grundfläche Seiten hat, eingeschlossen, welche oben in einem Puncte D mit ihren Spitzen zusammen stoßen (§. 21.).

## Die 12. Erklärung.

39. Wenn ein Körper in lauter gleiche reguläre Figuren von einerley Art, daß nämlich gleich viel an der Zahl einen jeden körperlichen

Winkel

Winkel machen, z. E. in lauter gleichseitige Triangel eingeschlossen ist; so nennet man ihn regulär, oder ordentlich: die übrigen werden irregulär genennet, oder unordentlich.

## Zusatz.

40. Also ist der Würfel ein regulärer Körper (§. 22. 24. 34.).

## Der 1. Grundsatz.

41. Wenn gerade Linien und Winkel einander decken, so sind sie gleich: und wenn sie gleich sind, decken sie einander.

## Der 2. Grundsatz.

42. Zwischen zween Puncten kann nur eine gerade Linie seyn.

## Der 1. Zusatz.

43. Derowegen können zwo gerade Linien keinen Raum einschliessen, weil sie in ihren beyden äussersten Puncten zusammen stoßen müßten.

## Der 2. Zusatz.

44. Folglich sind in jedem Dreyecke zwo Seiten AB und AC zusammen genommen, grösser als die dritte BC; maßen zwo gerade Linien, die mit ihren Enden einander erreichen und auf einander liegen, von gleicher Grösse sind (§. 41.). Tab. I. Fig. 8.

## Der 3. Grundsatz.

45. Alle Radii eines Circuls sind einander gleich (§. 14.).

Der

## Der 4. Grundsatz.

46. Wenn zween Bögen einerley Verhältniß gegen ihre Peripherien haben, so haben sie eine gleiche Anzahl Grade (§. 71. *Arithm.* & §. 15. *Geom.*). Z. E. der fünfte Theil eines großen Circuls hat so viel Grade, als der fünfte Theil eines kleinen.

## Der 5. Grundsatz.

Tab. IV. Fig. 30. 47. Alle Bögen DE und BC, welche aus der Spitze eines Winkels A, innerhalb seinen Schenkeln, AB und AC, beschrieben werden, haben einerley Verhältnisse gegen ihre Peripherien, das ist, sie sind gleichgroße Stücke von ihren Peripherien, z. E. beyde $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{6}$ u. s. w.

## Der 1. Zusatz.

48. Derowegen haben sie eine gleiche Zahl Grade (§. 46.).

## Der 2. Zusatz.

Tab. IV. Fig. 30. 49. Weil man die Grösse des Winkels A nach der Zahl der Grade eines solchen Bogens DE oder BC erachtet (§. 17.); so gilt es gleichviel, ob der Bogen DE mit einem großen oder kleinen radio beschrieben wird, wenn man den Winkel messen will.

## Der 6. Grundsatz.

50. Figuren, die einander decken, sind einander gleich: und die gleich und ähnlich sind, decken einander (§. 5.).

## Anmerkung.

51. Es ist wohl zu merken, daß von gleichen Figuren erfordert wird, sie sollen alle beyde einander decken; denn

wenn

wenn gleich die obere die untere deckt, so sie auf dieselbe gelegt würde, würde doch die untere die obere nicht decken, wenn sie auf dieselbe gelegt würde, wo sie nicht einander gleich wären.

## Der 7. Grundsatz.

52. Wenn zwo Figuren oder Linien auf einerley Art erzeuget oder beschrieben werden, und dasjenige, woraus sie erzeuget oder beschrieben werden, beyderseits einander ähnlich ist; so sind die Figuren und Linien einander ähnlich (§. 5.).

## Zusatz.

53. Da nun alle Puncte (§. 2. 5.) und gerade Linien einander ähnlich sind (§. 8.), und ein Circul erzeuget wird, wenn eine gerade Linie sich um einen Punct herum bewegt (§. 12.), so müssen alle Circul und ihre Peripherien einander ähnlich seyn.

## Der 8. Grundsatz.

54. Wenn zween Winkel einerley Maaß haben, so sind sie einander gleich: und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maaß (§. 17.).

## Der 9. Grundsatz.

55. Auf jeder Linie AB kann man aus einem angenommenen Puncte C einen halben Circul beschreiben (§. 12.). Tab. IV. Fig. 31.

## Zusatz.

56. Wenn man aus dem Mittelpuncte C eine Perpendicularlinie aufrichtet, so sind die beyden Winkel o und x einander gleich (§. 19.). Derowegen hat ein rechter Winkel zu seinem Maaße einen Quadranten, das ist: 90° (§. 16.): und

sind

sind demnach alle rechte Winkel einander gleich (§. 54.). Ja ein Winkel, der einem rechten gleich, ist ein rechter Winkel (§. 54.)

## Der 1. Lehrsatz.

Tab. IV. Fig. 31. 57. Die beyden Winkel x und o, welche eine Linie DC auf einer andern Linie AB machet, sind zusammen zween rechten Winkeln gleich.

### Beweis.

Aus C kann auf der Linie AB ein halber Circul AFE beschrieben werden (§. 55.). Derowegen haben die Winkel x und o zu ihrem Maaße AF + FE einen halben Circul (§. 17.): folglich sind sie zusammen zween rechten Winkeln gleich (§. 56.). W. Z. E.

### Der 1. Zusatz.

58. Wenn also einer von ihnen ein rechter Winkel ist, so muß der andere auch ein rechter Winkel seyn: und wenn beyde einander gleich sind, so muß jeder ein rechter Winkel seyn.

### Der 2. Zusatz.

59. Demnach machen diese beyden Winkel, imgleichen mehrere zusammen, 180° (§. 56.).

### Der 3. Zusatz.

60. Wenn man also auf dem Felde zu einem Winkel nicht kommen kann, den man messen soll, oder, wenn man mit einem Quadranten einen stumpfen Winkel ACD zu messen hat; so darf man nur den Nebenwinkel (angulum contiguum) DCB meßen.

### Der 2. Lehrsatz.

61. Wenn eine Linie AB die andere CD in E schneidet, so sind die Vertical-Winkel o und x einander gleich. Tab. IV. Fig. 33.

### Beweis.

Denn $o + u = 180^\circ$, und $u + x = 180^\circ$ (§. 59.). Also ist $o + u = u + x$ (§. 29. *Arithm.*): folglich $o = x$ (§. 32. *Arithm.*) W. Z. E.

### Zusatz.

62. Daher kann man auf dem Felde, oder wo man sonst Winkel zu messen hat, an statt des Winkels x seinen Vertical-Winkel o messen, wenn man jenem nicht beykommen kann.

### Der 3. Lehrsatz.

63. Alle Winkel, die um einen Punct C herum sind, machen zusammen vier rechte Winkel, oder 360°. Tab. IV. Fig. 34.

### Beweis.

Ihr Maaß ist ein ganzer Circul (§. 12. 17.) Also halten sie zusammen vier rechte Winkel in sich (§. 56.), oder 360° (§. 15.). W. Z. E.

### Die 1. Aufgabe.

64. Einen vorgegebenen Winkel zu messen.

### Auflösung.

Auf dem Papiere: Tab. IV. Fig. 35.

1. Leget das Centrum des Transporteurs auf die Spitze des Winkels A, und rücket das Instrument, bis die innere Schärfe des Lineals an die Linie AB streichet.

2. Zählet die Grade an dem Bogen DE, die zwischen die Schenkel des Winkels AC und AB fallen.

Tab. VII. Fig. * Auf dem Felde:

1. Richtet den Winkelmesser dergestalt, daß der Diameter AB auf den einen Schenkel des Winkels fällt.
2. Verschiebet das an dem Mittelpuncte D bewegliche Lineal EF, und zielet durch die Diopteru auf demselben, bis ihr das äußerste des andern Schenkels erblicket.
3. Zählet die Grade AF, so das Lineal auf dem Instrumente abschneidet.

So wisset ihr in beyden Fällen die Größe des Winkels (§. 17.).

## Die 2. Aufgabe.

### 65. Eine gerade Linie zu messen.

### Auflösung.

Tab. IV. Fig. 36. Vor allen Dingen bereitet man sich einen Maaßstab. Auf dem Papiere nehmet eine Linie, schneidet davon 10 kleine Theile für die Schuhe ab, und traget sie zusammen so vielmal in den übrigen Theil der Linie, als angehen will, für die Ruthen. So habt ihr einen Maaßstab (§. 10.). Auf dem Felde braucht man entweder eine Kette oder eine Schnur, oder eine Stange, die in ihre gehörige Zolle, Schuhe und Ruthen eingetheilet worden. Doch ist zu merken, daß man nur die letzte Ruthe in Schuhe, und den letzten Schuh in Zolle eintheilen darf.

Tab. IV. Fig. 37. Wenn ihr nun auf dem Papiere eine Linie messen wollet, so

1. Setzet den Circul in A und thut ihn auf bis in B.

2. Den einen Fuß dieses unverrückten Circuls setzet auf dem Maaßstabe in den Anfang einer Ruthe als in B, und gebet Acht, welchen Schuh der andere Fuß absticht, z. E. 5. So ist die Linie 1°5′. Tab. IV. Fig. 36.

Auf dem Felde:

1. Stecket an beyden Enden der Linie einen Stab, und (wenn eure Meßkette nicht so lang ist), zwischen dieselben noch einen oder mehrere andere (§. 9.).

2. Spannet die Schnur oder Kette von einem Stabe bis zu dem andern aus.

3. Zählet endlich daran die Ruthen, Schuhe und Zolle.

## Die 1. Anmerkung.

66. Ihr könnet auch an die beyden Ende der Meßkette 2 Ringe machen, durch dieselben zween Stäbe stecken, und diese jederzeit mit dem Stabe an dem Ende der Linie, die ihr messet, in eine Linie stellen (§. 9.).

## Die 2. Anmerkung.

67. Die Meßketten sind etwas beschwerlich zu tragen, und lassen sich nicht wohl ausziehen. Wenn man die Linie mit einer Stange überschlägt, so muß man so viel Stangendicken zu der gefundenen Länge addiren, als die Stange überschlagen worden, oder sie um eine Stangendicke kürzer machen, als das Maaß erfordert. Die hänfene Meßschnüre kriechen von Feuchten ein, und dehnen sich ungleich aus. Es merket Schwenter an (Geom. pract. lib. I. Tract. 2. p. 381.), daß ihm eine dergleichen Schnur von 16 Schuhen innerhalb einer Stunde vom Reife fast um einen ganzen Schuh eingegangen sey. Diesem Fehler nun abzuhelfen, soll man sie wiedersinnes winden, im Oele sieden, nachdem sie getrocknet, durch ein zerlassenes Wachs ziehen, und mit hartem Wachse durch und durch bestreichen lassen. Es versichert Schwenter p. 382., wenn man sie auch einen ganzen

Tag im Wasser liegen lässet, sie doch nicht merklich kürzer werde.

## Die 3. Anmerkung.

68. Man hat auf dem Papiere noch ein künstlicheres Instrument, die Linien zu messen, welches man einen verjüngten Maaßstab nennet. Davon sich erst unten wird reden lassen.

## Die 3. Aufgabe.

69. **Einen Winkel zu machen, der so groß ist, wie ein anderer gegebener Winkel.**

### Auflösung.

Tab. V. Fig. 38. Der erste Fall. Wenn der Winkel in Graden gegeben wird, so

1. Ziehet eine gerade Linie AC.
2. Leget auf A das Centrum des Transporteurs, und auf die Linie AC seinen radium.
3. Zählet an demselben so viel Grade ab, als der Winkel haben soll.
4. Bey dem letzten Grade merket euch den Punct B.
5. Ziehet endlich von A bis B eine gerade Linie.

So ist BAC der verlangte Winkel.

Tab. V. Fig. 39. Der andere Fall. Wenn der Winkel DEF nur auf dem Papiere gegeben wird, so

1. Beschreibet aus E, mit beliebiger Eröfnung des Circuls einen Bogen GH.
2. Ziehet eine gerade Linie e f.
3. Beschreibet mit voriger Eröfnung des Circuls aus e den Bogen h i.
4. Setzet den Circul in H, und thut ihn auf bis in G.
5. Mit dieser Eröfnung schneidet aus h von dem Bogen hi den Bogen hg ab.
6. Ziehet aus e durch g eine Linie.

So ist geschehen, was man verlangte.

Der

Der dritte Fall. Auf das Feld kann man einen in Graden gegebenen Winkel durch den Winkelmesser tragen, wie aus der ersten Aufgabe (§.64.) abzunehmen ist.

## Beweis.

Im ersten und dritten Falle ist kein Beweis nöthig. Im andern Falle ist der Bogen gh=GH (§. 122.), und also der Winkel gef = GEF (§. 17. 54.). W. Z. E.

## Der 4. Lehrsatz.

70. Wenn in zween Triangeln ABC und abc der Winkel A=a, AC=ac und AB=ab; so sind die ganzen Triangel einander gleich, und BC=bc, B=b, C=c Tab. V. Fig. 40.

## Beweis.

Man gedenke, als würde der Triangel abc dergestalt auf den andern ABC gelegt, daß der Punct a auf A und die Linie ab auf die Linie AB fällt. Weil nun ab=AB, so fällt der Punct b auf B (§. 41.): weil a=A, so fällt die Linie ac auf AC, und, da ac=AC, der Punct c auf C (§. 41.); folglich die Linie bc auf BC. (§. 42). Derowegen sind die Triangel ABC und abc einander gleich (§. 50.), und BC=bc &c. (§. 41.). W. Z. E.

## Der 5. Lehrsatz.

71. Wenn in zween Triangeln ABC und abc der Winkel A=a und B=b, über dieses die Seite AB=ab; so sind die ganzen Triangel einander gleich, und AC=ac, BC=bc, C=c. Tab. V. Fig. 40.

## Beweis.

Man gedenke, es werde der Triangel ABC auf den andern abc dergestalt gelegt, daß der Punct A

auf a, und die Seite AB auf die Seite ab fällt; so fällt der Punct B auf b, die Linie AC auf ac, und BC auf bc (§. 41.). Da nun die Linien AC und BC im Puncte C, und die Linien ac und bc im Puncte c zusammen stoßen; so muß auch der Punct C auf den Punct c fallen. Derowegen sind die Triangel einander gleich (§. 50.), und AC=ac &c. (§. 41.). W. Z. E.

## Der 6. Lehrsatz.

Tab. V. Fig. 41. 72. Wenn in zween Triangeln ABC und abc, AC=ac, AB=ab und BC=bc; so sind die Triangel einander gleich, und A=a, B=b, C=c.

### Beweis.

Man beschreibe aus A mit AB den Bogen y, und aus C mit CB den Bogen x. Hierauf gedenke man, es werde der Triangel abc auf den Triangel ABC dergestalt geleget, daß der Punct a auf A, und c auf C fällt (§. 41.): so wird die Linie ab=AB in den Bogen y, und cb=CB in den Bogen x fallen (§. 12.), folglich der Punct b in B, wo die Bögen einander durchschneiden. Daher sind die Triangel (§. 50.), und die Winkel (§. 41.) einander gleich. W. Z. E.

### Zusatz.

73. Also kann aus drey gegebenen Linien nicht mehr, als einerley Triangel gemacht werden.

## Die 4. Aufgabe.

Tab. V. Fig. 42. 74. Auf einer gegebenen Linie AB einen gleichseitigen Triangel aufzurichten.

Auflö-

### Auflösung.

1. Setzet den Circul in A, thut ihn auf bis in B, und beschreibet damit über der Linie einen Bogen.
2. Setzet hierauf den Circul in B, und beschreibet mit unveränderter Eröfnung einen andern Bogen, der den erstern in C durchschneidet.
3. Ziehet von A und B in C die Linien AC und BC: so ist geschehen, was man verlangte.

### Beweis.

Es ist BC=BA, und AC=BA (§. 45.), folglich AC=BC (§. 29. *Arithm.*). Derowegen ist der Triangel ABC gleichseitig. (§.21.). W.Z.E.

### Die 5. Aufgabe.

75. Aus zwoen gegebenen Linien AB und BC einen gleichschenklichten Triangel zu machen. Tab. V. Fig. 43.

### Auflösung.

1. Setzet an das eine Ende A der einen Linie AB, welche die Grundlinie des Triangels geben soll, den Circul, und beschreibet mit der Eröfnung, nach der Länge der andern gegebenen Linie, einen Bogen x.
2. Mit eben dieser Eröfnung beschreibet aus B einen andern Bogen y, der den erstern in C durchschneidet.
3. Ziehet aus C in A und B gerade Linien. So ist der begehrte Triangel fertig.

### Beweis.

Die Linien AC und CB hat man einander gleich gemacht. Also ist A B C ein gleichschenklichter Triangel (§. 21.). W. Z. E.

## Die 6. Aufgabe.

Tab. V. Fig. 44. 76. Aus dreyen gegebenen Linien einen Triangel zu machen, deren zwo zusammen jedesmal grösser sind, als die dritte.

### Auflösung.

1. Nehmet die eine von den gegebenen Linien AB zur Grundlinie des Triangels an.
2. Aus A beschreibet, mit der Eröfnung des Circuls, nach der Länge der anderen Linie AC, einen Bogen x über derselben, und
3. Aus B mit der Eröfnung nach der dritten Linie BC einen andern Bogen y; der den erstern in C durchschneidet.
4. Ziehet die Linien AC und BC: so ist der Triangel fertig (§. 73.).

### Die 1. Anmerkung.

77. Wenn die zween Bögen einander nicht erreichen, so sind die beyden Linien AC und BC zusammen nicht grösser, als die dritte AB, und kann aus den gegebenen dreyen Linien kein Triangel gemacht werden (§. 44.).

### Die 2. Anmerkung.

78. Die Zeichnung der Figuren ist von großem Nutzen. Sie dienet, die Felder in den Grund zu legen, ohne welches man sie nicht ausrechnen kann. Ja, nachdem ich die Gründe der Aehnlichkeit in die Geometrie gebracht; so dienet sie zugleich zum Beweise der Aehnlichkeit der Figuren, wie aus dem Folgenden zu ersehen ist. Man kann auch aus denselben ersehen, was auf dem Felde oder sonst im Großen zu messen nöthig ist, wenn man es in Grund legen, das ist, auf das Papier ins Kleine bringen will. Derowegen lassen wir uns nicht verdriessen, mehrere Aufgaben von den Dreyecken hieher zu setzen.

## Die 7. Aufgabe.

79. Aus zwoen gegebenen Linien AB und AC und einem Winkel A, einen Triangel zu machen. Tab. V. Fig. 45.

### Auflösung.

1. Nehmet die eine Linie AB zur Grundlinie an und
2. Machet in A einen Winkel, der dem gegebenen gleich ist (§. 69.).
3. Auf die Linie AD traget die andere gegebene Linie AC, und
4. Ziehet von C bis B eine gerade Linie; so ist der Triangel fertig. (§. 70.).

### Anmerkung.

80. In der Ausübung ist niemals nöthig, die unnützen Linien, als hier AD ist, auszuziehen; sondern, nachdem das Lineal angelegt ist, kann man gleich den Punct C abstechen.

## Die 8. Aufgabe.

81. Aus zweeen gegebenen Winkeln und einer Linie AB einen Triangel zu machen. Tab. V. Fig. 46.

### Auflösung.

1. Auf dem einen Ende A der gegebenen Linie AB, richtet einen Winkel auf, der einem von den gegebenen gleich ist, und
2. Auf dem andern Ende B einen andern, der dem andern von den gegebenen gleich ist (§. 69.). So werden sich die Schenkel dieser Winkel in C durchschneiden, und den verlangten Triangel ABC auf der Linie AB formiren (§. 71.).

## Die 9. Aufgabe.

82. Die Weite zweener Oerter A und B zu messen, zu deren jedem man, aus einem in C angenommenen Stande, kommen kann. Tab. V. Fig. 47.

## Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab nach Belieben ein.
2. Messet die Linie AC (§. 65.), und traget sie zurücke in a, dergestalt, daß in a ein Stab mit dem Stabe C, und dem Orte A, in eine gerade Linie gesetzet wird (§. 9.).
3. Auf gleiche Weise messet die Linie BC, traget sie zurücke in b, und stecket in b, wie vorhin, einen Stab mit C und B in einer geraden Linie ein.
4. Endlich messet die Linie ab; so habt ihr die verlangte Weite.

## Beweis.

Denn die Winkel x und y sind einander gleich (§. 61.). Da nun auch AC = aC, und BC = bC; so ist ab = AB (§. 70.). W. Z. E.

## Anmerkung.

83. Wenn man nicht Raum hat, die ganzen Linien AC und BC zurücke zu tragen, so trägt man nur ihre Hälften oder den dritten, oder auch den vierten Theil derselben zurücke. Alsdenn ist ab = $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ AB, wie unten wird erwiesen werden (§. 168.).

## Die 10. Aufgabe.

Tab. VI. Fig. 48. 84. **Mit einer bloßen Schnur oder Kette einen Winkel auf dem Felde von einem Orte auf den andern zu tragen.**

## Auflösung.

Man soll den Winkel A in C tragen.

1. Messet in den beyden Schenkeln AB und AC des gegebenen Winkels A, zwo Linien von beliebiger Größe AF und AD ab, und zugleich die Querlinie FD, so daher entstehet.

2. Tra-

2. Traget aus C in d die gefundene Linie AD, und spannet an den beyden Stäben C und d eine Schnure dergestalt aus, daß Cf=AF und df=DF. ist.
3. Stecket in f einen Stab, so ist der Winkel dCf=FAD.

Beweis.

Es ist AF=Cf, AD=Cd, und DF=df. Derwegen ist auch der Winkel C dem Winkel A gleich (§. 72.).

Die 11. Aufgabe.

85. Die Weite zweener Oerter zu messen, zu deren einem B man nur kommen kann. Tab VI. Fig. 49.

Auflösung.

1. Stecket nach Gefallen einen Stab in E, und traget die Linie BE dergestalt zurücke; daß der Stab C mit E und B in eine Linie kommt (§. 9.).
2. Machet (§. 84.) einen Winkel in C, der so groß ist, wie der Winkel B.
3. Endlich gehet mit dem Stabe D so weit zurücke, bis er mit C und F, imgleichen mit E und A, in einer Linie stehet.

So ist die Linie CD der Linie AB gleich.

Beweis.

Ihr habt den Winkel C so groß wie B, und die Linie CE so groß wie EB gemacht. Nun sind überdieses die Verticalwinkel bey E einander gleich (§. 61.). Derowegen ist auch CD=AB (§. 71.). W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

86. Es gilt auch hier, was bey der 9. Aufgabe ist erinnert worden (§. 83.).

Die

## Die 2. Anmerkung.

87. Wenn man die Breite eines Flusses messen wollte, und könnte die Linie BE an dem Ufer nicht zurücke tragen; so stecket man den Stab B so weit weg vom Ufer, als einem beliebt. Alsdenn wird die Linie CD um so viel länger, als der Fluß breit ist, um wie viel der Stab B von dem Ufer weggerücket worden.

## Die 12. Aufgabe.

Tab. VII. Fig. 50. 88. **Die vorige Aufgabe noch auf eine andere Art aufzulösen.**

### Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab mit den Oertern A und B, deren Weite man messen will, in eine Linie.
2. Traget CD und DB durch den willkührlich angenommenen Punct D zurücke in E und F, so ist der Winkel E so groß, wie C, und EF=BC (§. 82.).
3. Gehet zurücke in G, bis ihr den Stab G mit dem Stabe D und dem Orte A, imgleichen mit den Stäben F und E in einer Linie sehet (§. 9.); so ist EG=AC (§. 85.); folglich FG=AB (§. 32. *Arithm.*).

## Die 13. Aufgabe.

Tab. VII. Fig. 51. 89. **Die Weite zweener Oerter AB zu messen, zu deren keinem man kommen kann.**

### Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab, und
2. Suchet nach der 12 Aufgabe (§. 88.) die Linien AC und CB; so
3. Könnet ihr nach der 9 Aufgabe (§. 82.) die verlangte Weite AB finden.

Anmer-

## Anmerkung.

90. Diese Aufgabe ist mit bloßen Stäben und der Meß-kette sehr weitläuftig aufzulösen: sie kann aber auf andere Art, wie hernach folget, viel leichter aufgelöset werden.

## Die 14. Aufgabe.

91. **Durch einen gegebenen Punct C mit einer gegebenen Linie AB eine Parallellinie auf dem Papiere zu ziehen.** Tab. VIII. Fig. 52.

## Auflösung.

1. Leget an die Linie AB das Lineal.
2. Setzet den Circul in C ein, und thut ihn bis an das Lineal auf.
3. Ziehet mit dem Circul, der an das Papier etwas schrege gelegt wird, an dem Lineale herunter, so wird der andere Fuß durch den Punct C die begehrte Parallellinie beschreiben (§. 25.).

## Anderst.

Man kann es auch durch ein Parallellineal verrichten: welches Instrument aus zweyen Linealen AB und CD bestehet, die durch zwey gleich lange Querbänder EF und GH dergestalt zusammen verknüpfet sind, daß sie sich nach Gefallen von einander verschieben lassen. Wenn ihr nun dergleichen Instrument habt, so Tab. VIII. Fig. 53.

1. Leget die Schärfe des einen Lineals an die gegebene Linie AB an, und Tab. VIII. Fig. 54.
2. Schiebet das andere Lineal bis an den Punct C fort, so
3. Könnet ihr dadurch die verlangte Linie ziehen.

## Die 1. Anmerkung.

92. Wenn man in der ersten Auflösung den Circul nicht bis an den Punct E aufthun kann, so ziehet mit AB in beliebi- Tab. VIII. Fig. 55.

liebiger Weite die Parallellinie CD, und mit dieser die Parallellinie LM durch den gegebenen Punct E; so wird LM auch mit AB parallel seyn. Denn EF=IH, und FG=IK (§. 25.). Derowegen EF+FG=HI+IK, das ist EG=HK (§. 31. Arithm.): folglich ist LM mit AB parallel (§. 25.).

## Die 2. Anmerkung.

Tab. VIII. Fig. 56. 93. Eben dieses gilt in der andern Auflösung: wie wohl man hier an das Parallellineal doppelte Bänder machen kann, damit man es noch einmal so weit, als mit einfachen aufthun kann. Weil die Parallellineale leicht wandelbar werden; so ist dienlich, daß die Bänder aus doppelten Blechen verfertiget, federhart geschlagen und in der Mitte zusammen vernietet, endlich an beyden Enden mit Knöpfen, in der Gestalt abgekürzter Kegel, angeheftet werden.

## Die 15. Aufgabe.

Tab. VIII. Fig. 57. 94. **Von einem gegebenen Puncte C auf eine Linie AB einen Perpendicul zu fällen.**

### Auflösung.

1. Setzet den Circul in C, und durchschneidet mit gefälliger Eröfnung in zween Puncten D und E die Linie AB.
2. Aus D und E machet mit beliebiger Eröfnung des Circuls einen Durchschnitt in F.
3. Durch C und F ziehet die Linie CG.

Diese stehet auf AB perpendicular.

### Beweis.

Denn, weil DC=CE, DF=FE und CF=CF; so sind auch die Winkel DCG und GCE gleich (§. 72.), folglich, da DC=CE, und CG=CG, auch die Nebenwinkel bey G einander gleich (§. 70.). Derowegen stehet die Linie CG auf AB perpendicular (§. 19.). W. Z. E.

Die

## Die 16. Aufgabe.

95. Aus einem gegebenen Puncte C auf einer gegebenen Linie AB einen Perpendicul aufzurichten. Tab. VIII. Fig. 58.

### Auflösung.

1. Setzet den Circul in C ein, und
2. Durchschneidet die Linie AB mit beliebter Eröfnung in D und E.
3. Aus D und E machet mit einerley Eröfnung des Circuls einen Durchschnitt in F.
4. Ziehet durch C und F die Linie GC; so stehet sie auf AB perpendicular.

### Beweis.

Weil DC = CE, DF = FE, und CF = CF; so sind die Winkel bey C einander gleich (§. 72.). Demnach stehet die Linie GC auf AB perpendicular (§. 19.). W. Z. E.

### Anderst.

Lasset euch einen Winkelhaken verfertigen, das ist, ein Instrument, welches aus zwoen rechtwinklicht zusammen gesetzten Linealen bestehet. Tab. VIII. Fig. 59.

1. Den einen Theil dieses Instruments leget an die gegebene Linie AB dergestalt, daß die Spitze seines Winkels den gegebenen Punct C berühret.
2. Ziehet nach dem andern Theile des Instruments eine gerade Linie CD aus dem gegebenen Puncte C. Diese stehet auf AB perpendicular.

### Beweis.

Denn der Winkelhaken ist rechtwinklicht; derowegen müssen auch die beyden Linien CB und CD, welche nach ihm gezogen sind, einen rechten Winkel

kel machen. Und also stehet CD auf CB perpendicular (§. 20.). W. Z. E.

## Der 7. Lehrsatz.

Tab. VIII. Fig. 60. 96. Wenn in zween rechtwinklichten Triangeln ABC und abc, AB = ab, und BC = bc; oder auch in zween spitzwinklichten, oder stumpfwinklichten, über dieses der Winkel A = a; so sind die ganzen Triangel einander gleich, und AC = ac, B = b, und C = c.

## Beweis.

Man beschreibe durch C in der Weite BC einen Bogen FG, und lege in Gedanken den Triangel abc auf den andern ABC, dergestalt, daß der Punct a auf A, und ab auf AB fällt. Da nun ab = AB, und a = A, so fällt der Punct b in B, und ac auf AC (§. 41.), folglich der Punct c in die Linie AC. Da nun ferner bc = BC; so muß der Punct c auch in den Bogen FG fallen (§. 12.), folglich in C, wo der Bogen FG, und die Linie AC einander durchschneiden; und demnach fällt bc auf BC (§. 42.). Derowegen sind die ganzen Triangel einander gleich (§. 50.), und AC = ac, B = b, und C = c (§. 41.). W. Z. E.

## Der 8. Lehrsatz.

Tab. IX. Fig. 61. 97. Wenn zwo Parallellinien AB und CD von einer dritten EF in G und H durchschnitten werden, so sind 1.) die Wechselswinkel x und y einander gleich, 2.) der äußere Winkel o ist dem innern y gleich, und 3.) die beyden innern Winkel u und y machen zusammen 180°.

Beweis.

### Beweis.

1. Ziehet die beyden Perpendicularlinien HI und GK, welche einander gleich sind (§. 52.). Es sind aber auch die Winkel I und K einander gleich (§. 20. 56.). Derowegen ist x=y (§. 96.): welches das erste war.

2. Nun ist x=o (§. 61.). Demnach y=o (§. 29. *Arithm.*): welches das andere war.

3. Es ist aber u+o=180° (§. 59.). Derowegen ist auch u + y = 180° (§. 31. *Arithm.*). W. Z. E.

### Der 9. Lehrsatz.

98. Wenn zwo Linien AB und CD von einer dritten EF dergestalt in G und H durchschnitten werden, daß die Wechselswinkel x und y, oder auch der äußere o und der innere y einander gleich sind, oder die beyden u und y zusammen 180° machen; so sind die Linien AB und CD parallel. Tab. IX. Fig. 61.

### Beweis.

1. Lasset aus G einen Perpendicul GK auf die Linie CD fallen: machet GI=HK, und ziehet die Linie HI. Weil nun x=y, GH=GH; so ist I=K, und HI=GK (§. 70.), folglich I ein rechter Winkel (§. 56.), und AB mit CD parallel (§. 25.): welches das erste war.

2. Es sey o=y. Weil nun o=x (§. 61.); so ist x=y (§. 29 *Arithm.*): folglich, vermöge dessen, was erst erwiesen worden, sind die Linien AB und CD parallel: welches das andere war.

3. Es mache y mit u 180°. Weil o und u 180° machen (§. 59.); so ist u + y=u + o (§. 29. *Arithm.*): folglich o= y (§. 32. *Arithm.*). Und

also sind vermöge dessen, was jetzt ist erwiesen worden, die Linien AB und CD parallel: welches das dritte war.

### Die 17. Aufgabe.

Tab. IX. Fig. 62. 99. Auf dem Felde durch einen gegebenen Punct C mit einer Linie AB eine Parallellinie abzustecken.

### Auflösung.

1. Stecket in D mit A und B in einer geraden Linie einen Stab (§. 9.), imgleichen einen in den gegebenen Punct C.
2. Traget den Winkel CDB (§. 84. 88.) in C: so wird sich die verlangte Parallellinie geben (§. 98.).

### Anmerkung.

100. Auf dem Papiere wäre diese Art zu weitläuftig.

### Der 10. Lehrsatz.

Tab. IX. Fig. 63. 101. In jedem Triangel ABC machen alle drey Winkel zusammen 180°, und wenn man die eine Seite verlängert, so ist der äußere Winkel so groß, wie die beyden innern, die ihm gegen über stehen, zusammen.

### Beweis.

Man ziehe durch die Spitze des Triangels C mit seiner Grundlinie AB eine Parallellinie DE; so ist $1 = I$, und $2 = II$ (§. 97.). Nun ist $1 + 3 + II = 180°$ (§. 59.): derowegen $1 + 3 + 2 = 180°$: welches das erstere war.

Tab. IX. Fig. 64. Wenn die Seite AB verlängert wird, so ist $3 + 4 = 180°$ (§. 59.). Nun ist aber jetzt erwiesen worden, daß $1 + 2 + 3 = 180°$. Dero-

wegen

wegen 3 + 4 = 1 + 2 + 3 (§. 29. *Arithm.*): Folglich 4 = 1 + 2 (§. 32. *Arithm.*): welches das andere war.

### Der 1. Zusatz.

102. Derowegen kann in einem Triangel nicht mehr, als ein rechter Winkel seyn, und wenn dieses ist, machen die zween übrigen zusammen auch noch einen rechten Winkel, das ist 90° aus (§. 56.).

### Der 2. Zusatz.

103. Vielweniger kann mehr als ein stumpfer Winkel in einem Triangel seyn (§. 20.).

### Der 3. Zusatz.

104. Wenn man in einem Triangel einen Winkel von 180° abziehet, so bleibet die Summe der beyden übrigen übrig. Und wenn man die Summe zweener von 180° wegnimmt, so bleibt der dritte übrig.

### Der 4. Zusatz.

105. Wenn in zween Triangeln zween Winkel des einen zween Winkeln des andern gleich sind; so muß auch der dritte in einem dem dritten in dem andern gleich seyn (§. 32. *Arithm.*).

### Der 11. Lehrsatz.

106. Wenn eine Linie HI auf einer von den Parallellinien AB perpendicular stehet, so stehet sie auch auf der andern CD perpendicular: und wenn zwo Linien BI und DH auf einer dritten HI perpendicular stehen; so sind sie parallel. Tab. IX. Fig. 61.

### Beweis.

1. Man ziehe durch H die Linie FE, und lasse aus G den Perpendicul GK herunter fallen;

so ist I=K (§. 20. 56.), x=y (§. 97.): folglich IHG=HGK (§. 105.). Nun machet HGK mit y einen rechten Winkel (§. 102.): derowegen macht auch IHG mit y einen rechten Winkel (§. 31. *Arithm.*). Folglich stehet IH auf CD perpendicular (§. 20.): welches das erstere war.

2. Man verlängere BI in A und DH in C; so können weder die Linien IA und HC, noch die Linien IB und HD zusammen stoßen (§. 102.); folglich ist IB mit HD parallel (§. 25.): welches das andere war.

## Der 12. Lehrsatz.

Tab. IX. Fig. 65. 107. In einem gleichschenklichten Triangel ABC sind die Winkel an der Grundlinie x und y einander gleich, und die Perpendicularlinie CD theilet so wohl den Winkel C, als die Grundlinie AB, und den Triangel in zween gleiche Theile.

### Beweis.

Man ziehe CD auf AB perpendicular (§. 94.). so ist o=u (§. 19.). Weil nun auch AC=CB (§. 21.); so ist x=y, m=n, und △ ACD = △ CDB (§. 96.). W. Z. E.

## Der 1. Zusatz.

108. Also sind in einem gleichseitigen Triangel alle 3 Winkel einander gleich, und folglich jeder 60° (§. 101.).

## Der 2. Zusatz.

109. Wenn man also einen Winkel in einem gleichschenklichten Triangel hat, so kann man die übrigen finden, wenn man entweder den gegebenen

nen Winkel, oder sein Zwiefaches von 180° abziehet. Denn im erstern Falle bleibt die Summe der beyden gleichen Winkel, in dem andern der dritte ungleiche übrig.

## Der 13. Lehrsatz.

110. *Wenn die Winkel x und y an der Grundlinie AB eines Triangels ABC einander gleich sind; so sind auch die Seiten AC und CB einander gleich.* Tab. IX. Fig. 65.

### Beweis.

Man ziehe die Linie CD dergestalt, daß m = n. Weil nun x = y, so ist auch o = u (§. 105.), und daher AC = CB (§. 71.). W. Z. E.

### Zusatz.

111. Wenn also alle drey Winkel einander gleich sind, und folglich ein jeder 60° hält (§. 101.); so sind alle drey Seiten einander gleich.

## Der 14. Lehrsatz.

112. *Der Winkel an dem Mittelpuncte eines Circuls ist zweymal so groß, wie der Winkel an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen stehet.*

### Beweis.

1. o = x + u (§. 101.). Weil aber AC = BC (§. 45.); so ist x = u (§. 107.): folglich o = 2u. Tab. IX. Fig. 66.

2. x = 2y, und u = 2o, wie erst n. 1. erwiesen worden. Derowegen ist x + u = 2y + 2o (§. 31. *Arithm.*). Tab. IX. Fig. 67.

3. o + x = 2u + 2y, und o = 2u, wie n. 1. erwiesen worden. Derowegen ist x = 2y (§. 32. *Arithm.*). W. Z. E. Tab. IX. Fig. 68.

## Der 1. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 66. 113. Also hat der Winkel an der Peripherie ABD zu seinem Maaße den halben Bogen AD, darauf er stehet. Denn der ganze Bogen AD ist das Maaß des Winkels bey dem Mittelpuncte ACD (§. 17.).

## Der 2. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 69. 114. Wenn zween oder mehrere Winkel ABC und ADC an der Peripherie eines Circuls sich endigen, und auf einem Bogen AC, oder auch auf gleichen Bögen stehen; so sind sie einander gleich (§. 54).

## Der 3. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 70. 115. Jeder Winkel in einem halben Circul ACB ist ein rechter Winkel: denn er stehet auf einem halben Circul, und also ist des Theiles ACD sein Maaß der halbe Bogen AD, und des Theiles DCB sein Maaß der halbe Bogen DB (§. 113.); folglich des ganzen Winkels ACB sein Maaß ein Quadrant. Der Quadrant aber ist das Maaß eines rechten Winkels (§. 56.).

## Der 4. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 71. 116. Wenn der Winkel innerhalb einem Circul auf einem kleinern Bogen DF, als einem halben Circul, stehet; so ist er kleiner, als ein rechter Winkel: denn der halbe Bogen DF, der sein Maaß ist, ist kleiner als ein Quadrant (§. 113.). Stehet er aber auf einem grössern HK; so ist er auch grösser, als ein rechter Winkel: denn der halbe Bogen HG ist das Maaß des Winkels HBG, und der halbe Bogen GK das Maaß des Winkels GBK (§. 113.); folglich der halbe Bogen HGK das Maaß des Winkels HBK grösser, als ein Quadrant. Und dannen-

dannenhero in dem erstern Falle spitzig; in dem andern stumpf (§. 20.).

## Der 5 Zusatz.

117. Weil o=x+y (§. 101.). und o zu seinem Maaße den halben Bogen LM, y aber den halben Bogen NO hat (§. 113.); so hat der Winkel x zu seinem Maaße den Unterscheid der beyden halben Bögen LM und NO. Tab. IX. Fig. *

## Die 18. Aufgabe.

118. **Einen Winkelhaken zu probiren, ob er accurat sey, oder nicht.** Tab. IX. Fig. 72.

## Auflösung.

1. Beschreibet nach Belieben einen halben Circul, und
2. Ziehet nach Gefallen, von beyden Enden des Diametri bis an die Peripherie, die Linie AC und BC.
3. Leget den Winkelhaken mit seinem Winkel an den Punct C. Wenn die Schenkel desselben die beyden Linien zugleich berühren; so ist er richtig.

## Beweis.

Der Winkel ACB ist ein rechter Winkel (§. 115.). Wenn also der Winkelhaken sich in denselben schicket; so ist er richtig (§. 41. 56. 95.). W. Z. E.

## Die 19. Aufgabe.

119. **Auf das Ende einer Linie einen Perpendicul aufzurichten.**

### Auflösung.

Tab. IX. Fig. 73. 1. Setzet den Circul in einen beliebigen Punct C und thut ihn auf bis A.

2. Mit dieser Weite bemerket auf der Linie AB den Punct D.

3. Leget das Lineal auf D und C, und bemerket aus C mit unverrücktem Circul den Punct E.

4. Endlich ziehet durch E die Linie AF; so stehet sie auf AB perpendicular.

### Beweis.

Weil AC=CD=EC, so läßt sich aus C durch E, A und D ein halber Circul beschreiben (§. 45. 55.). Derowegen ist bey A ein rechter Winkel (§. 115.), und stehet die Linie FA auf AB perpendicular (§. 20.). W. Z. E.

### Anderst.

Man kann es auch durch Hülfe des Winkelhakens, wie oben (§. 95.), verrichten.

### Die 20. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 74. 120. **Eine Linie AB in zween gleiche Theile zu theilen.**

### Auflösung.

1. Machet aus A und B, nach Belieben, Durchschnitte in C und D.

2. Ziehet die Puncte derselben mit einer geraden Linie DC zusammen; so theilet sie die Linie in zween gleiche Theile in E.

### Beweis.

Weil AC=CB, AD=DB, und CD=CD; so ist o=y (§. 72.). Und daher ferner auch in den

Trian-

Triangeln ACE und ECB, AE = EB (§. 70.). W. Z. E.

## Anmerkung.

121. Man kann es auch mechanisch, das ist, durch Versuchen verrichten. Setzet nämlich den Circul in A ein, und thut ihn nach dem Augenmaaße so weit auf, als beynahe die Hälfte der Linie AB beträgt. Schneidet damit ein in C, und gleichfalls aus B in D: so werdet ihr ohne Mühe durch das Augenmaaß den Punct E finden können, wodurch AB in zween gleiche Theile getheilet wird. Tab. X. Fig. 75.

## Der 15. Lehrsatz.

122. In einem Circul sind die Sehnen gleicher Bögen AB und DE einander gleich: und wenn die Sehnen gleich sind, so sind auch die Bögen gleich. Tab X. Fig. 76.

## Beweis.

Man ziehe aus dem Mittelpuncte C die radios AC, CB, CE und CD. Dieselben sind alle einander gleich (§. 45.). Weil nun ferner die Bögen AB und DE, als das Maaß der Winkel o und x (§. 17.). gleich sind; so müssen auch diese Winkel gleich seyn (§. 54.). Derowegen ist auch die Sehne AB=DE (§. 70.). Welches das erstere war.

Wenn die Sehne AB=DE, so ist, weil AC = CE, und BC=CD (§. 45.), o=x (§. 72.), folglich sind die Bögen AB und DE, als das Maaß der Winkel o und x (§. 17.), einander gleich (§. 54.). Welches das andere war.

## Zusatz.

123. Wenn man also einen Circul in gleiche Theile theilet, und die Sehnen der Bögen ziehet, so hat die Figur lauter gleiche Seiten (§. 122.); aber auch lauter gleiche Winkel (§. 114.). Dero-

 wegen

wegen ist sie eine reguläre oder ordentliche Figur (§. 24.).

### Die 21. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 77. 124. Einen Circulbogen AB in zween gleiche Theile zu theilen.

### Auflösung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröfnung des Circuls zween Durchschnitte in C und D.
2. Ziehet durch die Puncte C und D eine Linie; so ist der Bogen AB in zween gleiche Theile in E getheilet.

### Beweis.

Die Linie CD theilet die Linie AB in F in zween gleiche Theile, und macht bey F zween rechte Winkel (§. 120.). Da nun AF = FB, FE = FE, und o = x; so ist auch AE = BE (§. 70.): folglich sind die Bögen AE und EB einander gleich (§. 122.). W. Z. E.

### Der 16. Lehrsatz.

Tab. X. Fig. 78. 125. Die Perpendicularlinie AD, welche die Sehne EF in G in zween gleiche Theile theilet, gehet durch den Mittelpunct des Circuls C, und theilet auch den Bogen EDF in zween gleiche Theile. Und wenn aus dem Mittelpuncte des Circuls C ein Perpendicul CD auf die Sehne EF gezogen wird; so theilet er so wohl sie, als den Bogen EDF, in zween gleiche Theile.

### Beweis.

1. Weil EG = GF, AG = AG, und bey G die rechten Winkel einander gleich sind (§. 56.); so ist EAD = DAF (§. 70.), und also sind die

Bögen

Bögen ED und DF, als das doppelte Maaß dieser Winkel (§. 113.), einander gleich (§. 54.). Welches das erste war.

2. Es müssen ferner die Sehnen EA und AF (§. 70.), und folglich die Bögen EA und AF (§. 122.) einander gleich seyn. Demnach ist AE + ED = AF + FD (§. 31. *Arithm.*): und dannenhero AD der Diameter des Circuls, folglich gehet sie durch den Mittelpunct (§. 14.). Welches das andere war.

3. Wenn CG auf EF perpendicular stehet; so ist o = x (§. 19.), und sind beyde rechte Winkel (§. 20.). Da nun EC = CF (§. 45.), und CG = CG; so ist EG = GF, und ECD = DCF (§. 96.): folglich sind die Bögen ED und DF, als das Maaß derselben Winkel (§. 17.), einander gleich (§. 54.). Welches das dritte war.

## Die 22. Aufgabe.

126. **Einen Winkel BAC in zween gleiche Theile zu theilen.** Tab. X. Fig. 70.

### Auflösung.

1. Setzet den Circul in A, und bemerket mit beliebter Eröfnung die Puncte D und E.
2. Daraus machet einen Durchschnitt in F, und
3. Ziehet die Linie AF, diese theilet den Winkel A in zween gleiche Theile.

### Beweis.

Weil AF = AF, AD = AE, und DF = EF; so ist o = x (§. 72.). W. Z. E.

## Die 23. Aufgabe.

127. **Durch drey gegebene Puncte A, B, C, einen Circul zu beschreiben.** Tab. X. Fig. 80.

Auflö-

## Auflösung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröfnung die Durchschnitte D und E, und ziehet die Linie DE.
2. Gleichergestalt machet aus B und C die Durchschnitte F und G, und ziehet die Linie FG.

Wo die beyden Linien FG und DE einander durchschneiden, nämlich in H, daselbst ist der Mittelpunct des Circuls.

## Beweis.

Wenn man von A bis B, imgleichen von B bis C eine Linie ziehet; so sind selbige Sehnen zweener Bögen von dem verlangten Circul (§. 14.). Nun stehen die beyden Linien DE und FG auf diesen Sehnen AB und BC perpendicular, und theilen sie in zween gleiche Theile (§. 120.). Derowegen gehen beyde durch den Mittelpunct des Circuls (§. 125.). Und ist demnach derselbe in H, wo die beyden Linien einander durchschneiden. W. Z. E.

## Die 24. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 62. 128. **Den Winkel in einem regulären Vielecke zu finden.**

## Auflösung.

1. Theilet 360 durch die Zahl der Seiten des Vielecks.
2. Was heraus kommt, ziehet von 180 ab; so bleibt die Zahl der Grade für den gegebenen Winkel übrig.

Z. E. Im Sechsecke dividiret 360 durch 6, und ziehet den Quotienten 60 von 180 ab; so kommt für ABC 120°.

Beweis.

## Beweis.

Es sey ABC der verlangte Winkel. Man beschreibe durch die drey Puncte ABC einen Circul (§. 127.). Weil AB=BC (§. 24.); so sind auch die Bögen AB und BC einander gleich (§. 122.) Da nun AD der halbe Bogen von ADC das Maaß des Winkels B ist (§. 113.); so darf man nur den Bogen AB von dem halben Circul BAD abziehen, wenn man den Bogen AD, oder den Winkel B wissen will. W. Z. E.

## Die 25. Aufgabe.

129. In einem jeden Vielecke die Summe aller Winkel zu finden. Tab. XI. Fig. 83.

## Auflösung.

1. Multipliciret 180 durch die Zahl der Seiten.
2. Von dem Producte ziehet 360 ab, so bleibt die Summe der Winkel übrig.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 180 | | 180 |
| V. Eck | 5 | VI. Eck | 6 |
| | 900 | | 1080 |
| | 360 | | 360 |
| | 540. | | 720. |

## Beweis.

Ein jedes Vieleck kann aus einem angenommenen Puncte F in so viel Triangel getheilet werden, als Seiten sind. Wenn ihr 180 durch die Zahl der Seiten multipliciret, so kommen die Win-

Winkel in allen Triangeln heraus (§. 101.). Die Winkel um den Punct F gehören nicht zu dem Vielecke, machen aber jederzeit 360° (§. 63.). Derowegen, wenn ihr 360 von dem oben gefundenen Producte abziehet; so bleibt die Summe der Polygonwinkel übrig. W. Z. E.

## Anderst.

Multipliciret 180 durch die Zahl der Seiten um 2. verringert.

## Beweis.

Tab. XII. Fig. 93. Jedes Vieleck kann aus einem Winkel B durch die Diagonallinien BE, BD in so viel Triangel getheilet werden, als die Figur Seiten hat, weniger zwo. Die Winkel in einem Triangel halten 180° (§. 101.), und also in allen zusammen so vielmal 180, als die Figur Seiten hat, weniger zwo. W. Z. E.

## Zusatz.

130. Weil in einem regulären Vielecke alle Winkel einander gleich sind (§. 24.); so darf man nur diese Summe durch die Zahl der Seiten dividiren, so kommt der Polygonwinkel heraus.

## Anmerkung.

131. Weil man den Winkel eines regulären Vielecks zu wissen nöthig hat, wenn man es beschreiben will; und hingegen die Summe aller Winkel in einem regulären, wenn man wissen will, ob man sie auf dem Felde recht gemessen hat; so habe ich es nicht vor undienlich erachtet, wenn ich beyde in gegenwärtigen Täflein hieher setzte.

| Zahl der Seiten. | Summe der Winkel. | Winkel im regulären. | Zahl der Seiten. | Summe der Winkel. | Winkel im regulären. |
|---|---|---|---|---|---|
| III | 180 | 60 | XI | 1620 | $147\frac{3}{11}$ |
| IV | 360 | 90 | XII | 1800 | 150 |
| V | 540 | 108 | XIII | 1980 | $152\frac{4}{13}$ |
| VI | 720 | 120 | XIV | 2160 | $154\frac{2}{7}$ |
| VII | 900 | $128\frac{4}{7}$ | XV | 2340 | 156 |
| VIII | 1080 | 135 | XVI | 2520 | $157\frac{1}{2}$ |
| IX | 1260 | 140 | XVII | 2700 | $158\frac{14}{17}$ |
| X | 1440 | 144 | XVIII | 2880 | 160. |

## Die 26 Aufgabe.

132. Auf eine gegebene Linie AB ein begehrtes reguläres Vieleck zu beschreiben. Tab. XI. Fig. 84.

### Auflösung.

1. Suchet den Winkel des verlangten Vielecks (§. 130.), und
2. Traget ihn in A (§. 69.).
3. Machet AC=AB, und
4. Beschreibet durch die drey Puncte C, A, B einen Circul (§. 127.): so könnet ihr
5. Die übrigen Seiten darinnen herum tragen (§. 123.).

### Anderst.

1. Traget in A und B die halben Polygonwinkel; so werden sich die Seiten des gleichschenklichten Triangels ABC in dem Mittelpuncte des Circuls C durchschneiden. Tab X. Fig. 81.
2. Beschreibet aus C mit CA den Circul, und traget die Seite AB darinnen herum.

## Die 27. Aufgabe.

133. In einem gegebenen Circul ein reguläres Vieleck zu beschreiben.

### Auflösung.

Tab. XI. Fig. 85. 1. Dividiret 360 durch die Zahl der Seiten, so habt ihr die Grösse des Winkels ACB (§. 17. 123.).
2. Diesen traget an den Mittelpunct des Circuls C (§. 69.); so giebt sich die Seite des Vielecks AB, die ihr
3. In dem Circul herum tragen könnet.

### Anmerkung.

134. Beyde Manieren sind zwar nur mechanisch, weil man (§. 69.) den Transporteur dazu brauchet. Unterdessen halten sie doch zugleich eine Probe in sich, daß man siehet, ob es recht gemacht ist, oder nicht. Euclides hat zwar für das Fünfeck, Sechseck und Funfzeheneck, folglich für das Zehn- Zwölf- Dreyßigeck u. s. w. geometrische Manieren; allein der Beweis kann für das Fünfeck aus bisher erklärten Gründen nicht hergeleitet werden. Derowegen wollen wir dieses bis in die Algebra versparen, und hier nur noch etwas von dem Sechsecke gedenken. Einige haben sich bemühet, auch für das Sieben- Neun- Eilfeck u. s. w. geometrische Manieren zu geben: allein sie halten nicht den Stich. Carolus Renaldinus giebt eine allgemeine Regel für alle Vielecke an: es hat aber ihre Unrichtigkeit der Herr Wagner, Mathematum Professor in Helmstädt, in einer vor etlichen Jahren gehaltenen Disputation zur Gnüge erwiesen. Und ich zeige solches in der Algebra.

## Der 17. Lehrsatz.

Tab. XI. Fig. 86. 135. Die Seite des Sechseckes AB ist dem Radio des Circuls AC gleich.

### Beweis.

## Beweis.

Der Winkel ACB ist 60° (§. 17. 123.) Dannenhero sind die übrigen beyden A und B 120° (§. 104.). Nun, weil AC=BC (§. 45.); so ist auch A=B (§. 107.) folglich ist jeder von beyden 60°, und also dem Winkel C gleich. Derowegen ist auch AB=AC (§. 111.). W. Z. E.

## Der 1. Zusatz.

136. Also darf man nur den Radium sechsmal in dem Circul herum tragen, wenn man in demselben ein Sechseck beschreiben soll.

## Der 2. Zusatz.

137. Und wenn man auf eine gegebene Linie ein Sechseck machen soll, so darf man nur einen gleichseitigen Triangel auf dieselbe setzen (§. 74.); so ist die Spitze C der Mittelpunct des Circuls, darein es kommen soll. Tab. XI. Fig. 87.

## Die 28. Aufgabe.

138. Auf eine gegebene Linie AB ein Quadrat zu machen. Tab. XI. Fig. 88.

## Auflösung.

1. Richtet in A einen Perpendicul AC auf (§. 119. 95.), und machet ihn so groß, wie AB.
2. Aus C und B machet mit AB einen Durchschnitt in D, und
3. Ziehet die Linien CD und BD.

## Die 29. Aufgabe.

139. Aus zwoen gegebenen Linien AB und BC ein Rectangulum zu machen. Tab. XI. Fig. 89.

Auflösung.

1. Setzet BC auf AB perpendicular (§. 119.).
2. Ziehet aus A mit BC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den erstern in D durchschneidet.
3. Endlich ziehet die Linien CD und DA.

Die 30. Aufgabe.

Tab. XI. Fig. 90. 140. Aus einer gegebenen Linie AB und einem schiefen Winkel A einen Rhombum zu machen.

Auflösung.

1. Setzet auf die Linie AB den gegebenen Winkel A (§. 69.), und machet AC=AB.
2. Aus C und B machet mit AB einen Durchschnitt in D.
3. Ziehet die Linien CD und DB.

Die 31. Aufgabe.

Tab. XI. Fig. 91. 141. Aus zwoen gegebenen Linien AB und AC, nebst einem schiefen Winkel A, einen Romboidem zu machen.

Auflösung.

1. Richtet in A an dem Ende der einen gegebenen Linie AB den gegebenen Winkel auf (§. 69.), und machet AC der andern gegebenen Linie gleich.
2. Ziehet aus B mit AC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den erstern in D durchschneidet.
3. Endlich ziehet die beyden Linien CD und DB.

Der 18. Lehrsatz.

Tab. XI. Fig. 92. 142. Ein Quadrat, Rectangulum, Rhombus und Rhomboides wird von der Diagonallinie

AD

AD in zween gleiche Theile getheilet: die beyden einander entgegen gesetzten Winkel sind einander gleich, und die entgegen gesetzten Seiten AB und CD, AC und BD parallel.

## Beweis.

In allen diesen Figuren ist AC=DB, und CD=AB (§. 22.). Derowegen, da AD=AD, so sind die Triangel ACD und ABD einander gleich, ingleichen x=x, o=o, und u=u (§. 72.), folglich AB mit CD, und AC mit BD parallel (§. 98.). W. Z. E.

## Zusatz.

143. Also sind alle diese Vierecke Parallelogramma (§. 26.).

## Die 32. Aufgabe.

144. Aus allen Seiten der Figur, und dreyen Diagonalen weniger, als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen. Tab. XII. Fig. 93.

## Auflösung.

Weil eine jede Figur durch Diagonallinien in zween Triangel weniger, als Seiten sind, resolviret wird; so hat man nichts nöthig, als (§. 76.) immer einen Triangel auf den andern zu setzen.

## Die 33. Aufgabe.

145. Aus allen Seiten der Figuren und drey Winkeln weniger, als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen. Tab. XII. Fig. 94.

## Auflösung.

1. Ziehet die Linie AB, so einer Seite gleichet, und traget auf A und B die gehörigen Winkel A und B (§. 69.), so lassen sich

2. Die beyden Seiten EA und CB ansetzen.
3. Wenn ihr nun in E den gehörigen Winkel hinsetzet (§. 69.), so lässet sich ED ansetzen, u. s. w.
4. Endlich mit den letzten beyden Seiten DF und FC machet aus D und C einen Durchschnitt in F; so ist die Figur geschlossen.

## Zusatz.

146. Wenn alle Winkel weniger einen gegeben werden, so dürfen zwo Seiten nicht gegeben werden.

## Die 34. Aufgabe.

147. **Ein Quadrat auszumessen.**

## Auflösung.

1. Messet die Seite des Quadrats, und
2. Multipliciret sie durch sich selbst; so kommt der Inhalt der Fläche heraus.

| | |
|---|---|
| Seite des Quadrats | 345″ |
| | 345 |
| | 1725 |
| | 1380 |
| | 1035 |
| Inhalt der Fläche | 119025″ |

## Beweis.

Wenn man eine Fläche ausmessen will, so muß man auch eine Fläche zum Maaßstabe annehmen (§. 10.). Da nun das Quadrat lauter rechte Winkel und gleiche Seiten hat, so ist selbiges zum Maaßstabe anzunehmen beliebt worden. Und demnach heisset eine Quadratruthe ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist, ein Quadratschuh ein Quadrat, so einen Schuh

lang und einen Schuh breit ist, u. s. w. Wenn nun die Seite AB z. E. in 3 gleiche Theile eingetheilet ist, oder 3 Schuhe hält; so ist klar, daß ich finden kann, wie viel schuhige Quadrate oder Quadratschuhe in dem großen Quadrate ABCD enthalten sind, wenn man die Seite AB mit sich selbst multipliciret. Denn in dem großen Quadrate müssen so viel Reihen der kleinern seyn, und in jeder Reihe so viel kleine Quadrate, als die Seite AB Theile hat. Tab. XII. Fig. 95.

## Der 1. Zusatz.

148. Wenn die Seite des Quadrats 10 ist, so wird der Inhalt desselben 100 seyn. Da nun eine Ruthe im Längenmaaße 10 Schuhe hat, ein Schuh 10 Zoll u. s. w. so muß im Flächenmaaße eine Quadratruthe 100 Quadratschuhe, ein Quadratschuh 100 Quadratzolle u. s. w. haben.

## Der 2. Zusatz.

149. Daher kann man eine gegebene Zahl gar leicht in Quadratzolle, Quadratschuhe, Quadratruthen resolviren; wenn man nur von der Rechten gegen die Linke 2 Ziffern für die Zolle, 2 für die Schuhe abschneidet; denn das Uebrige bleibt für die Ruthen. Z. E. Wenn man 119025 Zolle hat, so sind es 11 Ruthen, 90 Schuhe, 25 Zolle.

## Anmerkung.

150. Weil das Quadrat der Maaßstab ist, nach welchem man die Grösse aller übrigen Figuren ausrechnet; so heisset bey den Geometris eine **Figur quadriren** so viel, als ihren Inhalt finden, und die **Quadratur der Figur** bedeutet die Ausrechnung ihres Inhalts.

## Die 35. Aufgabe.

Tab. XII. Fig. 96. 151. Ein Rectangulum ABCD auszumessen.

### Auflösung.

1. Messet die Breite AB, imgleichen die Höhe BC.
2. Multipliciret jene durch diese; so kommt der verlangte Inhalt der Figur heraus.

Z. E. Es sey AB = 3°4′5″
AD = 1 2 3

1 0 3 5
6 9 0
3 4 5

so ist der Inhalt = 4°2 4′3 5″.

### Beweis.

Der Beweis ist eben, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

## Der 19. Lehrsatz.

Tab. XII. Fig. 97. 152. Zwey Parallelogramma ABCD und EFCD, die eine basin oder Grundlinie CD und eine Höhe AC haben, sind einander gleich.

### Beweis.

Weil AB = CD, und EF = CD (§. 22. 143.); so ist AB = EF (§. 29. *Arithm.*), folglich AE = BF (§. 31. *Arithm.*). Da nun ferner AC = BD, und EC = FD (§. 22. 143.); so ist △ AEC = △ BFD (§. 72.)., folglich, wenn man beyderseits den Triangel BEG wegnimmt, ABGC = EGDF (§. 32. *Arithm.*) Addiret man nun beyderseits den Triangel GCD; so

so ist auch ABCD = ECDF ( §. 31. *Arithm.* ). W. Z. E.

### Der 1. Zusatz.

153. Also müssen auch die Triangel ACD und CFD, welche gleiche Grundlinien CD und Höhen AC haben, einander gleich seyn (§. 142.).

### Der 2. Zusatz.

154. Dannenhero ist ein Triangel die Hälfte des Parallelogrammi, wenn er mit ihm eine gleiche Grundlinie hat, und zwischen einerley Parallellinien stehet (§. 25.).

### Die 36. Aufgabe.

155. Den Inhalt eines Rhombi und Rhomboidis auszurechnen. Tab. XII. Fig. 98.

### Auflösung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und lasset darauf aus C einen Perpendicul CE fallen (§. 94.).
2. Multipliciret die Grundlinie AB durch die Höhe CE; so kommt der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es sey AB = 4°5′6″
CE = 2 3 4
1 8 2 4
1 3 6 8
9 1 2
so ist der Inhalt = 10°6 7′0 4″.

### Beweis.

Der Rhombus oder Rhomboides ABCD ist ein Parallelogrammum, (§. 143.) und also gleich

einem Rectangulo, dessen Grundlinie AB, die Höhe aber CE ist (§. 152.). Nun findet man den Inhalt des Rectanguli, wenn man AB durch CE multipliciret (§. 151.). Derowegen wird der Inhalt des Rhombi und Rhomboidis gleichfalls gefunden, wenn man AB durch CE multipliciret. W. Z. E.

## Die 37. Aufgabe.

Tab. XII. Fig. 99. 156. Den Inhalt eines jeden Triangels zu finden.

### Auflösung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und lasset darauf aus C die Perpendicularlinie CD fallen (§. 94.).
2. Messet die Linien AB und CD, und multipliciret sie durch einander.
3. Was heraus kommt, dividiret durch 2; so habt ihr den Inhalt des Triangels.

### Beweis.

Wenn ihr AB durch CD multipliciret, so habt ihr den Inhalt eines Parallelogrammi, dessen Grundlinie AB und Höhe DC ist (§. 143. 151. 155.). Da nun der Triangel die Hälfte von diesem Parallelogrammo ist (§. 154.); so dürfet ihr den gefundenen Inhalt nur durch 2 dividiren, um den Inhalt des Triangels zu haben. W. Z. E.

### Anderst.

Man darf auch nur die Grundlinie AB durch die halbe Höhe CD, oder auch die Höhe CD durch die halbe Grundlinie AB, multipliciren, wenn man den Inhalt des Triangels haben will: wie aus beygesetztem Exempel zu ersehen.

AB

| | | |
|---|---|---|
| AB 3° 4′ 2″ | AB 3° 4′ 2″ | ½AB 1° 7′ 1″ |
| CD 2 3 4 | ½CD 1 1 7 | CD 2 3 4 |
| 1368 | 2394 | 684 |
| 1026 | 342 | 513 |
| 684 | 342 | 342 |
| 80028″ | △40014″ | △40014″ |

2) 80028″ ÷ 2 = △ 40014″

## Die 38. Aufgabe.

157. Den Inhalt einer jeden geradelinichten Figur zu finden. Tab. XII. Fig. 100.

### Auflösung.

Weil jede Figur sich aus einem Winkel B durch die Diagonallinien EB, BD in so viel Triangel zertheilen lässet, als Seiten sind, weniger zwey; als z. E. das Fünfeck ABCDE in drey Triangel ABE, BED und BCD; so darf man nur nach der vorhergehenden Aufgabe jeden Triangel besonders ausrechnen, und sie hernach in eine Summe addiren.

Oder wenn zwo Höhen CF und EG auf eine Grundlinie gezogen werden, so kann man das Trapezium EBCD auf einmal finden, wenn man entweder die halbe Grundlinie BD durch die Summe der Höhen EG und CF, oder die ganze Grundlinie BD durch die halben Summen der Höhen EG und FC multiplicirt.

Exempel.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$BD = 4°3′ | $\frac{1}{2}$BD = 4°3′ | $\frac{1}{2}$EB 4°2′ |
| CF = 3 5 | EG = 4 5 | AH 3 0 |
| 2 1 5 | 2 1 5 | △AEB 1 2 6 0′ |
| 1 2 9 | 1 7 2 | |
| △BCD 1 5 0 5′ | △EBD = 1 9 3 5′ | |
| | △AEB = 1 2 6 0 | |
| | △BCD = 1 5 0 5 | |
| Inhalt der Figur | 4 7 0 0′. | |

Der 1. Zusatz.

Tab. XII. Fig. 101. 158. Ein reguläres Vieleck kann aus dem Mittelpuncte C des Circuls, darein es sich beschreiben lässet, in so viel gleiche Triangel, als Seiten sind, eingetheilet werden. Denn die Grundlinien dieser Triangel AB, BE, EF &c. sind einander gleich (§. 24.), und die Schenkel derselben AC, CB, CE, CF &c. gleichfalls (§. 45.). Derowegen sind auch die Triangel selbst einander gleich (§. 72.). Wenn ihr nun den Inhalt eines von diesen Triangeln findet (§. 156.), und denselben durch die Zahl der Seiten multipliciret; so kommt der Inhalt des Vielecks ABEFG heraus.

| | |
|---|---|
| Z. E. | $\frac{1}{2}$AB = 2°7′ |
| | DC = 2 9 |
| | 2 4 3 |
| | 5 4 |
| | △ABC 7 8 3′ |
| Zahl der Seiten | 5 |
| Inhalt des Fünfecks | = 3 9°1 5′. |

Der

## Der 2. Zusatz.

159. Daher ist ein reguläres Vieleck einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, wie die Peripherie des ganzen Vieleckes; die Höhe aber so groß, als die Höhe CD eines von den Triangeln, in welche es aus dem Mittelpuncte C zertheilet worden (§. 153.). Tab. XIII. Fig. 102.

## Der 3. Zusatz.

160. Wenn man die Seiten des Vieleckes, welches in einem Circul ist beschrieben worden, unendlich klein annimmt; so werden sie sich endlich in der Peripherie des Circuls verlieren. Und alsdenn wird die Höhe des Triangels CD mit dem Radio BC überein kommen. Derowegen ist der Circul einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, als die Peripherie des Circuls, die Höhe aber dem Radio desselben gleichet (§. 159.). Tab. XII. Fig. 101.

## Der 4. Zusatz.

161. Der Ausschnitt eines Circuls ABC ist also einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, als der Bogen AB, die Höhe aber so groß, als der Radius AC.

## Der 5. Zusatz.

162. Wenn also die Peripherie und der Diameter eines Circuls gegeben werden, so kann man den Inhalt finden, wenn jene durch den vierten Theil von diesem multipliciret wird. Tab. XII. Fig. 101.

## Anmerkung.

163. Es haben sich von alten Zeiten her viele unterwunden, die wahre Verhältniß des Diametri eines Circuls zu seiner Peripherie zu erfinden: allein es ist noch keinem

gelun-

gelungen, unerachtet heute zu Tage die Kunst zu erfinden bey den Mathematicis sehr hoch gestiegen ist. Unterdessen haben sich einige mit gutem Fortgange bemühet, eine Verhältniß auszurechnen, die beynahe zutrift. Archimedes hat in seinem Büchlein von der Circulmessung in dem andern Lehrsatze zu erst erweisen, daß der Diameter eines Circuls zu seiner Peripherie sich beynahe verhalte, wie 7 zu 22. Weil aber diese Verhältniß in großen Circuln etwas zu viel bringet; haben andere eine genauere gesucht. Niemand aber hat sich in diesem Stücke mehr Mühe gegeben, als Ludolph von Cölln, welcher endlich heraus gebracht hat, daß, wenn der Diameter des Circuls 100 000 000 000 000 000 000 ist, die Peripherie beynahe 314 159 265 358 979 323 846 sey. Allein da diese Zahlen im Rechnen viel zu weitläuftig sind, so nimmt man nur beyderseits die ersten drey Ziffern, und setzet die Verhältniß des Diametri zu der Peripherie des Circuls, wie 100 zu 314 in welcher Ptolomæus, Vieta, Hugenius und Ludoph von Cölln überein kommen. In kleinen Zahlen ist keine genauere Verhältniß, als die Adrianus Metius gegeben, wie 113 zu 355. Wie dergleichen Verhältnisse gefunden werden, zeige ich in meinen Elementis Geometriæ §. 423. & seq. Der Herr von Leibnitz hat den Inhalt des Circuls durch eine Reihe unendlicher Brüche in den Leipziger Actis A. 1682. p. 44. zu erst ausgedrucket; maßen er gefunden, daß, wenn das Quadrat des Diametri 1 ist, der Inhalt des Circuls $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{13}-\frac{1}{15}+\frac{1}{17}-\frac{1}{19}$ &c. seyn müsse. Wie solches zu finden sey, zeige ich unten in der Algebra. Wir wollen so lange die Verhältniß des Diametri zu der Peripherie eines Circuls, wie 100 zu 314, annehmen, bis wir unten in der Trigonometrie die Gelegenheit haben, solches auf eine leichte Art zu erweisen. Daß aber alle Diametri zu ihren Peripherien einerley Verhaltniß haben, ist leicht zu begreifen. Denn wenn in verschiedenen Circuln die Diametri zu ihren Peripherien verschiedene Verhältnisse hätten; so könnten sie dadurch von einander unterschieden werden, und daher unmöglich einander ähnlich seyn: welches doch oben ist erwiesen worden (§. 53.).

## Der 20. Lehrsatz.

164. Der Inhalt des Circuls verhält sich zum Quadrate seines Diametri, beynahe, wie 785 zu 1000.

Beweis.

## Beweis.

Wenn der Diameter 100 Theile hat, so bekommt in einem jeden Circul die Peripherie 314 (§. 163.), und also ist der Inhalt des Circuls 7850 (§. 162.), das Quadrat des Diametri aber 10000 (§. 147.): folglich verhält sich jeder Circul zu dem Quadrate seines Diametri, wie 7850 zu 10000, das ist wenn man beyderseits mit 10 dividiret, wie 785 zu 1000 (§. 75. *Arithm.*). W. Z. E.

## Der 21. Lehrsatz.

165. **Die Flächen der Circul verhalten sich gegen einander, wie die Quadrate ihrer Diametrorum.**

## Beweis.

Wie die Fläche des einen Circuls zu dem Quadrate seines Diametri, so verhält sich die Fläche des andern Circuls zu dem Quadrate seines Diametri (§. 164.). Derowegen verhält sich auch die Fläche des einen Circuls zu der Fläche des andern, wie das Quadrat des einen Diametri zu dem Quadrate des andern (§. 111. *Arithm.*). W. Z. E.

## Die 39. Aufgabe.

166. **Es wird gegeben der Diameter des Circuls, man soll die Peripherie finden.**

## Auflösung.

Suchet zu 100, 314, und dem gegebenen Diametro die vierte Proportionalzahl, (§. 113. *Arithm.*). Diese ist die verlangte Peripherie (§. 163.).

Es sey der Diameter 56′. Sprechet

100 — 314 — 56
56
―――――
1884
1570
―――――
17°5′8″4‴ Peripherie des Circuls.

## Die 40. Aufgabe.

167. Es wird gegeben die Peripherie des Circuls 17584‴, man soll den Diametrum finden.

### Auflösung.

Suchet zu 314, 100, und der gegebenen Peripherie 17584‴ die vierte Proportionalzahl (§. 113. *Arithm.*); so kommt der verlangte Diameter heraus (§. 163.).

314 — 100 — 17584
100
―――――
1758400

18
202
1758400 | 5°6′0″0‴ Diameter.
31444
3111
33

## Die 41. Aufgabe.

168. Es wird gegeben der Diameter (oder die Peripherie) des Circuls, man soll den Inhalt desselben finden.

### Auflösung.

1. Suchet erstlich die Peripherie (§. 166.), oder den Diametrum (§. 167.).
2. Multipliciret die Peripherie durch den vierten Theil des Diametri (§. 162.).

3. E.

Z. E. Es sey der Diameter 5600‴, so ist die Peripherie 17584‴, folglich der Inhalt des Circuls 24617600‴.

### Anderst.

Multipliciret den Diametrum (56′) durch sich selbst, und suchet zu 1000, 785 und dem gefundenen Quadrate des Diametri 3136 die vierte Proportionalzahl 246176″ (§. 113. *Arithm.*); so habt ihr den verlangten Inhalt des Circuls (§. 164.).

### Die 42. Aufgabe.

169. **Es wird gegeben der Inhalt des Circuls, man soll den Diametrum finden.**

### Auflösung.

1. Suchet zu 785 und 1000 und dem gegebenen Inhalte des Circuls 246176″ die vierte Proportionalzahl 313600″ (§. 113. *Arithm.*).
2. Hieraus ziehet die Quadratwurzel (§. 97. *Arithm.*) 56′, dieser ist der verlangte Diameter (§. 164.).

### Zusatz.

170. Wollt ihr die Peripherie wissen, so könnet ihr, nachdem der Diameter bekannt worden, dieselbe durch die 39 Aufgabe (§. 166.) suchen.

### Die 43. Aufgabe.

171. **Es wird gegeben der Radius des Circuls AC (6′), und die Grösse des Bogens AB (6°), man soll den Inhalt des Ausschnitts oder Sectoris ABC finden.** Tab. XIII. Fig. 103.

### Auflösung.

1. Suchet zu 100, 314, und dem Radio AC 6′ die vierte Proportionalzahl 1884″ (§. 113. *Arithm.*).

Diese

Diese ist die halbe Peripherie (§. 163. *Geom.* & §. 75. *Arithm.*).

2. Suchet ferner zu 180°, dem gegebenen Bogen 6°, und der gefundenen halben Perivherie 1884‴ die vierte Proportionalzahl 62 $\frac{4}{5}$‴ (§. 113. *Arithm.*); so ist euch der Bogen AB in Linien bekannt.

3. Diese multipliciret durch den vierten Theil des Diametri 300‴, so kommt der Inhalt des Ausschnitts ABC 18840‴ heraus (§. 161. 156.).

## Der 22. Lehrsatz.

Tab. XIII. Fig. 104. **172. In einem rechtwinklichten Triangel ABC ist das Quadrat ACFG der größten Seite AC den Quadraten BCED und ABIH der beyden übrigen Seiten BC und AB gleich.**

### Beweis.

Man ziehe die Linien AE und BF, imgleichen BK mit AG parallel. Weil der Triangel BCF mit dem Rectangulo LCFK eine Grundlinie CF hat, und mit ihm zwischen den beyden Parallellinien CF und BK stehet, so ist er die Hälfte von demselben (§. 154.). Eben so, weil der Triangel ACE mit dem Quadrate BCED eine Grundlinie CE hat, und zwischen den beyden Parallellinien AD und CE stehet, so ist er die Hälfte von demselben (§. 143. 154.). Nun ist CF=AC, und BC=CE (§. 22.), und der Winkel ACE dem Winkel BCF gleich (§. 31. *Arithm.*): weil nämlich ACF=BCE=90° (§. 22. 56.). Derowegen sind die ganzen Triangel ACE und BCF (§. 70.); folglich auch das Quadrat BCED, und das Rectangulum LCFK einander gleich (§. 29. *Arithm.*).

Da

Da nun auf gleiche Weise erwiesen wird, daß das Quadrat ABIH dem Rectangulo ALKG gleich sey; so ist klar, das die beyden Quadrate ABIH und BCED zusammen genommen dem Quadrate ACFG gleich sind. W. Z. E.

## Anmerkung.

173. Dieser Lehrsatz wird von seinem Erfinder Pythagora der Pythagorische Lehrsatz, und wegen seines vortreflichen Nutzens durch die ganze Mathematik, von einigen Magister Matheseos genennet.

## Die 44. Aufgabe.

174. **Ein Quadrat zu machen, welches so groß ist, wie zwey oder mehrere andere zusammen genommen.**

## Auflösung.

1. Setzet die Seiten der beyden Quadrate AB und BC rechtwinklicht zusammen, (§. 95. 119.). Tab. XIII. Fig. 105.
2. Ziehet die Linie AC, so habt ihr die Seite des Quadrats, welches so groß ist, wie die andern beyden zusammen (§. 172.).
3. Richtet auf AC die Seite des dritten Quadrates AD perpendicular auf, (§. 95. 119.) und
4. Ziehet die Linie DC, so habt ihr die Seite eines Quadrats, welches so groß ist, als die drey Quadrate zusammen (§. 172.) u. s. w.

## Der 23. Lehrsatz.

175. **Wenn zwey Parallelogramma ABDC und BEFD einerley Höhe AC haben, so verhalten sie sich gegen einander, wie ihre Grundlinien CD und DF: Hingegen wie ihre Höhen, wenn die Grundlinien gleich sind.** Tab. XIII. Fig. 106.

## Beweis.

Den Inhalt des Rectanguli AD bekommt man, wenn man seine Grundlinie CD durch AC multipliciret; hingegen den Inhalt des Rectanguli BF, wenn seine Grundlinie DF durch AC multipliciret wird (§. 151.). Also verhalten sich die beyden Rectangula, wie die Producte aus AC in CD, und aus AC in DF, das ist, wie CD zu DF (§. 74. *Arithm.*). Welches das erstere war.

Auf eben solche Art wird erwiesen, daß, wenn die Grundlinien gleich sind, die Rectangula sich wie die Höhen verhalten. Welches das andere war.

## Zusatz.

176. Weil jeder Triangel als die Hälfte eines Parallelogrammi betrachtet werden kann; (§. 154.) so müssen auch die Triangel von gleicher Höhe sich wie ihre Grundlinien; und die auf gleichen Grundlinien, wie ihre Höhen, verhalten.

## Die 45. Aufgabe.

Tab.XIII. Fig. 107. 177. Ein Parallelogrammum ABEC aus einem gegebenen Puncte D in zween gleiche Theile zu theilen.

## Auflösung.

Machet EF = AD, oder CF = BD, und ziehet die Linie DF, so sind die beyden Trapezia ADFC und DBEF einander gleich.

## Beweis.

Die Triangel ABC und BCE sind einander gleich (§. 142.). Nun ist ferner o = x, und y = u (§. 97.), und FC = DB. Derowegen ist auch △ DBG = GCF (§. 71.), folglich das Trapezium

pezium ADFC dem Trapezio DBEF gleich (§. 30. 31. *Arithm.*). W. Z. E.

## Die 46. Aufgabe.

178. Es wird gegeben der Inhalt eines Triangels (36′) und seine Grundlinie (18′), man soll die Höhe finden.

### Auflösung.

Durch die halbe Grundlinie (9′) dividiret den Inhalt des Triangels (36′.), so kommt die Höhe (4′) heraus (§. 156.).

## Die 47. Aufgabe.

179. Ein Trapezium ACDB in zween gleiche Theile zu theilen. Tab. XIII. Fig. 108.

### Auflösung.

1. Ziehet die Diagonallinie AD, und suchet den Inhalt der beyden Triangel ACD und ABD (§. 156.)
2. Den kleinern ACD ziehet von dem halben Inhalte der ganzen Figur, das ist, der halben Summe gedachter Triangel, ab, so kommt die Größe des Triangels heraus, welcher noch von ABD weggenommen werden muß, damit die beyden Theile des Trapezii einander gleich werden.
3. Nehmet AD zur Grundlinie dieses Triangels an, und suchet seine Höhe (§. 178.).
4. Ziehet in dieser Weite mit AD eine Parallellinie, und merket den Punct E, wo sie AB durchschneidet.
5. Endlich ziehet die Linie ED, so sind die beyden Theile EBD und EACD einander gleich.

## Exempel.

| | | | |
|---|---|---|---|
| AD | =235″ | AD | =235″ |
| ½ CG | = 37 | ½ BF | 121 |
| | 1645 | | 235 |
| | 705 | | 470 |
| △ ACD | 8695″ | | 235 |
| | | △ ABD | 28435″ |
| | | △ ACD | 8695 |
| | | Inhalt des Trapezii | 37130″ |
| | | Der halbe Inhalt | 18565 |
| | | △ ACD | 8695 |
| | | △ AED | 987000‴ (84″ HE |
| | | ½ AD 1175‴) | 9400 |
| | | | 4700 |
| | | | 4700 |
| | | | 0. |

## Die 48. Aufgabe.

180. **Eine geradelinichte Figur in so viel Theile zu theilen, als man begehret.**

## Auflösung.

Tab. XIX. Fig. *

1. Rechnet den Inhalt der Figur aus (§. 157.), und theilet ihn in die begehrten Theile, z. E. in drey.
2. Den Inhalt des Triangels AED ziehet von dem dritten Theile der Figur ab, und was übrig bleibet, dividiret durch ½ AD, so kommt die Höhe des Triangels ADI heraus, den man noch zu AED hinzusetzen muß, damit AEDI der dritte Theil der Figur wird (§. 178.).

3. In

3. In der Weite dieser Höhe ziehet mit DA eine Parallellinie, welche AB in I durchschneidet §. 91.); so könnet ihr die Linie DI ziehen.
4. Halbiret den dritten Theil der Figur, und dividiret die Hälfte durch $\frac{1}{2}$DI; so kommt die Höhe des Triangels DIK heraus, der dem sechsten Theile der Figur gleich ist.
5. In der Weite gedachter Höhe ziehet mit DI eine Parallellinie, damit sich der Punct K giebt:
6. Den sechsten Theil der Figur dividiret durch $\frac{1}{2}$ DK, und in der Weite des Quotienten ziehet eine Linie mit DK parallel, damit ihr den Punct L findet, und folglich die Linie LK ziehen könnet, welche den andern Theil DIKL abschneidet, und zugleich den dritten LKBC giebt.

Z. E. Es sey AD 516'', AC 580'', EH 154'', BG 315'', DF 375''; so ist AED 39732'', ABC 91350'', ADC 108750'', und daher die ganze Figur 239832'', der dritte Theil 79944'', der sechste 39972'', die Höhe des △ DIA 156'' $\frac{1}{2}$DI 264'', die Höhe des △ DIK 151'', und $\frac{1}{2}$DK 287'', die Höhe aber des △ DKL 139''.

## Anmerkung.

181. Wenn die Eintheilung auf dem Papiere geschehen ist, so werden auf dem Felde die Puncte I, K und L durch die Grösse der Linien AI, IK und DL leicht gefunden.

## Der 24. Lehrsatz.

182. **Wenn in geradelinichten Figuren die gleichnamigen Winkel einander gleich sind, und die Linien, welche sie einschliessen, beyderseits einerley Verhältniß haben; so sind sie einander ähnlich: und wenn sie ähnlich sind, so hat es mit den Winkeln und Linien die gemeldete Beschaffenheit.**

## Beweis.

Die geradelinichten Figuren können nicht anderst, als durch die Grösse der gleichnamigen Winkel, und durch die Verhältniß der Seiten, welche sie einschliessen, von einander unterschieden werden: denn sonst lässet sich nichts deutlich in ihnen begreifen. Wenn nun die Winkel einerley Größe, und die Seiten, welche sie einschliessen, einerley Verhältniß haben; so kommen die Sachen überein, wodurch sie von einander zu unterscheiden sind. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 5.). Welches das erstere war.

Wenn zwo Figuren einander ähnlich sind, so kommen die Sachen mit einander überein, wodurch sie von einander zu unterscheiden sind (§. 5.). Nun werden die geradelinichten Figuren durch die Grösse der gleichnamigen Winkel und die Verhältniß der Seiten, welche sie einschliessen, unterschieden. Derowegen muß die Grösse der Winkel und die Verhältniß der Seiten beyderseits einerley seyn. Welches das andere war.

## Der 25. Lehrsatz.

Tab. XIV. Fig. 112.

183. Wenn in zweenTriangeln ABC und ADE, B=D, und C=E; so ist BA : AC=DA : AE, und AB : BC=AD : DE; und wenn hingegen die Seiten proportional sind; so sind auch die gleichnamigen Winkel gleich.

## Beweis.

Weil B=D, und C=E, und aus zween gegebenen Winkeln und einer Seite sich der Triangel beschreiben lässet (§. 81.); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52.); folglich

BA

BA: AC=AD: AE, und AB: BC=AD: DE (§. 182.). Welches das erstere war.

Weil die drey Seiten des einen Triangels proportional sind den dreyen Seiten des andern, und aus dreyen Seiten sich ein Triangel beschreiben läßt (§. 76.); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52.), und also die gleichnamigen Winkel einander gleich (§. 182.). Welches das andere war.

## Der 26. Lehrsatz.

184. Wenn in einem Triangel ABC eine Linie DE mit der Grundlinie BC parallel gezogen wird; so verhält sich AD zu AE, wie BD zu EC, und wie AB zu AC: imgleichen AB: BC=AD: DE. Tab. XIII. Fig. 109.

## Beweis.

Weil △ DBE=△ DCE (§. 153.); so hat ADE zu beyden einerley Verhältniß (§. 72. *Arithm.*). Nun ist △ ADE: △ DEB=AD: DB, und △ ADE: △ EDC=AE: EC (§. 176.). Derowegen ist AD: DB=AE: EC (§. 70. *Arithm.*), folglich AD: AE=DB: EC (§. 111. *Arithm.*). Welches das erstere war.

Weil DE mit BC parallel; so ist der Winkel ADE=ABC (§. 97.); folglich AD: AE=AB: AC, und AB: BC=AD: DE (§. 183.). Welches das andere und dritte war.

## Zusatz.

185. Weil AD: AE=AB: AC (§. 184.); so ist auch AD: AB=AE: AC (§. 111. *Arithm.*).

## Die 49. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 110. 186. Zu zwoen gegebenen Linien AB und AC die dritte Proportionallinie zu finden.

### Auflösung.

1. Machet nach Gefallen einen Winkel EAD, und
2. Traget aus A in B die Linie AB; aus A in C, imgleichen aus B in D, die Linie AC.
3. Ziehet von B in C eine gerade Linie CB, und aus D die Linie DE mit CB parallel, welches geschiehet, wenn ihr (§. 69.) den Winkel EDF dem Winkel CBD gleich machet (§. 98.); so ist CE die verlangte dritte Proportionallinie (§. 184.).

## Die 50. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 111. 187. Zu dreyen gegebenen Linien AB, AC und BD die vierte Proportionallinie zu finden.

### Auflösung.

1. Machet nach Belieben einen Winkel EAD.
2. Traget aus A in B die Linie AB, aus A in C die Linie AC, und aus B in D die Linie BD.
3. Von B in C ziehet eine gerade Linie, und
4. Aus D eine andere DE mit CB parallel, wie in der vorhergehenden Aufgabe; so ist CE die verlangte vierte Proportionallinie (§. 184.).

## Der 27. Lehrsatz.

Tab. XIV. Fig. 112. 188. Wenn in zweeen Triangeln ABC und ADE, B=D, und AB : BC=AD : DE; so ist auch A=A, und C=E, und BA : AC=DA : AE.

### Beweis.

Weil B=D, und AB : BC=AD : DE : und aus einem Winkel mit den beyden Seiten, die ihn ein-

schliessen,

schliessen, sich ein Triangel beschreiben läßt (§.79.); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen sind sie einander ähnlich (§.52.); folglich A=A, C=E, und BA : AC = DA : AE (§. 182.). W. Z. E.

## Anmerkung.

189. Die Lehrsätze von der Aehnlichkeit der Triangel sind von den nützlichsten in der ganzen Mathematik, und dienen zu den meisten Erfindungen, die man in derselben haben kann. Auch die vornehmste Ausübung der Geometrie auf dem Felde beruhet auf ihnen, wie bald mit mehrern erhellen soll.

## Die 51. Aufgabe.

190. **Eine gerade Linie AB in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.** Tab. XIV. Fig. 113.

## Auflösung.

1. Traget nach Belieben auf eine Linie CD so viel gleiche Theile, als die Linie AB bekommen soll, z. E. fünfe.
2. Setzet auf CD einen gleichseitigen Triangel (§. 74.).
3. Traget aus E in A, und aus E in B die Linie AB. Endlich ziehet gegen den ersten Theilungspunct G, aus der Spitze des Triangels E, die Linie EG; so ist AF der fünfte Theil von der gegebenen Linie AB.

## Beweis.

Weil EA : EB=EC : ED; so ist der Winkel A=C, und EA : AB=EC : CD (§. 188.). Nun ist EC=CD: derowegen ist auch EA=AB. Weil nun ferner EA : AF=EC : CG (§. 83.), das ist, AB : AF=CD : CG (§. 71. *Arithm.*), und CG=$\frac{1}{5}$CD; so ist auch AF=$\frac{1}{5}$ AB. W. Z. E.

## Die 52. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 114. 191. Eine gerade Linie AB nach der Proportion einzutheilen, nach welcher eine andere CD ist eingetheilet worden.

### Auflösung.

1. Beschreibet auf die eingetheilte Linie CD einen gleichseitigen Triangel (§. 74.).
2. Traget aus E in A und B die gegebene Linie AB, und ziehet die Linie AB.
3. Ziehet aus der Spitze des Triangels E an die Theilungspuncte G und I die Linien EG und EI. Diese theilen die Linie AB in F und H nach der gehörigen Proportion.

### Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

### Anmerkung.

192. Diese Aufgabe hat viel Nutzen in der Baukunst und Fortification, sonderlich wenn man einen vorgegebenen Riß nach Belieben vergrössern oder verkleinern soll.

## Die 53. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 115. 193. Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen.

### Auflösung.

1. Ziehet eine Linie AE, und traget darauf 10 gleiche Theile von beliebter Grösse aus A in B, und denn ferner in den Raum AB, so vielmal, als euch beliebt.
2. Richtet in A von gefälliger Länge eine Perpendicularlinie AC auf (§. 119.), und theilet sie in 10 gleiche Theile.

3. Durch

3. Durch jeden Theilungspunct ziehet mit AE eine Parallellinie, und
4. Traget auf die obere CD eben die Theile, welche sich auf AB befinden.
5. Ziehet oben 10 und unten 9, oben 9 und unten 8, oben 8 und unten 7, oben 7 und unten 6 u. s. w. mit geraden Linien zusammen.

Ich sage, wenn AB eine Ruthe ist; so sind die Theile B 1, 1. 2, 2. 3, u. s. w. Schuhe. Hingegen 9. 9 ein Zoll, 8. 8 zween Zolle, 7. 7 drey Zolle, 6. 6 vier Zolle, 5. 5 fünf Zolle, u. s. w.

## Beweis.

Weil 10 Schuhe eine Ruthe machen (§. 10.); so ist klar, daß die Theile auf der Linie AB Schuhe sind. Daß aber 9. 9 ein Zoll, 8. 8 zween Zolle, 7. 7 drey Zolle sind, u. s. w. erweiset man also. Dieweil 9. 9 mit A 9 parallel ist; so verhält sich, wie C 9 zu AC, so 9. 9 zu A 9 (§. 184.). Nun ist C 9 $= \frac{1}{10}$ AC. Derowegen ist auch 9. 9 $= \frac{1}{10}$ A 9, folglich ein Zoll, u. s. w. W. Z. E.

## Zusatz.

194. Wenn man nun den Circul auf die dritte oder siebente Linie setzet, und ihn bis zu der Linie aufthut, die unten aus dem fünften Schuhe gezogen ist: so hat man über 5 Schuhe noch 3, oder 7. Zoll, u. s. w.

## Die 54. Aufgabe.

195. Die Weite zweener Oerter A und B zu finden, zu denen beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kann. Tab. XV. Fig. 116.

Auflö-

## Auflösung.

1. Setzet das Meßtischlein in D, und erwählet auf demselben einen Punct c.
2. Von demselben visiret durch die Dioptern in A, und ziehet die Linie ca.
3. Gleichergestalt visiret in B, und ziehet die Linie cb.
4. Messet mit der Ruthe die Linie cA und cB (§. 65.), und
5. Traget dieselben von dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.) aus c in a und aus c in b. Endlich
6. Messet die Linie ab auf dem verjüngten Maaßstabe; so habt ihr die Größe der verlangten Weite AB.

## Beweis.

Denn, weil der Winkel c beyden Triangeln acb und AcB gemein ist, und die Seiten, welche ihn einschließen, proportional sind; so kann ich auch sagen: wie ca zu cA, so verhält sich ab zu AB (§. 188.). Nun hält ca so viel auf dem verjüngten Maaßstabe, als cA auf dem großen. Derowegen muß auch ab so viel auf dem verjüngten Maaßstabe halten, als AB auf dem großen. W. Z. E.

## Eine andere Auflösung.

1. Setzet das Instrument in D, und messet den Winkel AcB (§. 64.).
2. Messet ferner die Linien cA und cB (§. 65.).
3. Construiret durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaßstabes daraus einen Triangel acb (§. 79.).
4. Messet die Linie ab auf dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.); so wisset ihr, wie viel Ruthen, Schuhe und Zolle die Linie AB hält.

Beweis.

## Beweis.

Der Beweis ist eben so, wie in der ersten Auflösung.

## Die 55. Aufgabe.

196. Die Weite zweener Oerter A und B zu messen, zu deren einem man nur kommen kann.

## Auflösung.

1. Setzet das Meßtischlein in einen nach Belieben erwählten Stand C, und visiret aus dem Puncte nach beyden Oertern A und B. Tab. XV. Fig. 117.
2. Messet die Weite eures Standes C von dem Orte A, zu welchem ihr kommen könnet (§. 65.),
3. Und traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.) aus c in a.
4. Gehet mit eurem Tischlein bis in A, und setzet es dergestalt nieder, daß der Punct a in A stehet, und ihr durch die Dioptern nach der Linie ac den in C eingesteckten Stab sehen könnet.
5. Visiret hierauf durch dieselben aus a in B, und ziehet die Linie ab.
6. Endlich messet diese Linie ab auf dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.); so erkennet ihr die Größe der verlangten Weite AB.

## Beweis.

Weil der Winkel c = C, und a = A; so verhält sich, wie ac zu AC, so ab zu AB (§. 183.). Nun hat ac so viel Theile von dem kleinen Maaßstabe, als AC von dem großen. Derowegen muß auch ab so viel Theile von dem kleinen, als AB von dem großen haben.

## Eine andere Auflösung.

1. Messet mit dem Instrumente die Winkel C und A. (§. 64.), und mit der Ruthe die Linie AC (§. 65.).
2. Construiret daraus, durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaßstabes, einen Triangel acb (§. 81.).
3. Messet auf dem verjüngten Maaßstabe die Linie ab (§. 194.); so wisset ihr die verlangte Weite AB.

## Beweis.

Der Beweis ist wie vorhin.

## Die 56. Aufgabe.

Tab. XVI. Fig. 118. 197. Die Weite zweener Oerter AB, zu derer keinem man kommen kann, zu messen.

## Auflösung.

1. Erwählet zweene Stände in C und D. In den einen C setzet das Tischlein, in den andern D stecket einen Stab.
2. Aus dem Puncte c visiret durch die Dioptern nach dem Stabe D, imgleichen nach B und A, und ziehet gegen diese Puncte auf dem Tischlein Linien.
3. Messet die Weite der beyden Stände CD (§. 65.), und traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.) auf das Tischlein aus c in d.
4. Stecket in C einen Stab, und setzet das Tischlein dergestalt in D, daß der Punct d in D kommt, und wenn ihr nach der Linie cd durch die Diopetern visiret, ihr den Stab in C erblicket.
5. Visiret ferner aus d gegen A und B, und ziehet auf dem Tischlein die Linien da und db.

6. End-

6. Endlich messet auf dem verjüngten Maaßstabe ab; so habt ihr die Länge der Weite AB.

### Beweis.

Weil der Winkel d beyden Triangeln dcb und DCB gemein, über dieses auch der Winkel c dem Winkel C gleich ist; so verhält sich cd zu CD, wie bc zu BC (§. 183.). Wiederum, weil aus gleichmäßiger Ursache der Triangel acd dem Triangel ACD ähnlich ist; so verhält sich auch cd zu CD, wie ac zu AC (§. 183.): folglich ist auch bc zu BC, wie ac zu AC (§. 70. *Arithm.*). Da nun über dieses der Winkel acb dem Winkel ACB gleich ist; so verhält sich ab zu AB, wie ac zu AC (§. 188.), oder wie cd zu CD (§. 70. *Arithm.*). Da nun dc so viel Theile auf dem verjüngten Maaßstabe, als DC im Großen, hat; so muß auch ab so viel Theile auf dem verjüngten Maaßstabe, als AB im Grossen, haben. W. Z. E.

### Eine andere Auflösung.

1. Messet aus dem ersten Stande C die Winkel x und y, und aus dem Stande D die Winkel z und w (§. 64.); so geben ihre Summen die Winkel ACD und BDC. Tab. XVI. Fig. 119.
2. Messet ferner die Standlinie CD (§. 65.).
3. Traget diese nach dem verjüngten Maaßstabe auf daß Papier, und construiret mit Hülfe der Winkel x und z + w den Triangel BCD, und mit Hülfe der Winkel z und x + y den Triangel ACD (§. 81.).
4. Endlich messet auf dem verjüngten Maaßstabe die Linie AB; so wisset ihr die verlangte Weite.

### Beweis.

Der Beweis ist einerley mit dem vorigen.

Anmer-

### Anmerkung.

198. Auf gleiche Art kann man die Weite gar vieler Oerter auf einmal messen, wenn man nämlich aus zween Ständen gegen jeden visiret.

### Die 57. Aufgabe.

Tab. XVII. Fig. 120. 199. Die Höhe eines Orts AB zu messen, zu dem man kommen kann.

### Auflösung.

1. Erwählet euch einen Stand in D, und richtet das Tischlein vertical, doch so, daß seine untere Seite horizontal ist, welches vermittelst einer Bleywage gar leicht geschehen kann.
2. Die Regel mit den Dioptern leget an dasselbe horizontal, visiret nach dem Orte, dessen Höhe ihr messen wollet, und ziehet die Linie Ec.
3. Kehret an dem Puncte E die Regel mit den Dioptern in die Höhe, bis ihr die Spitze A erblicket und ziehet auf dem Tischlein die Linie Eb.
4. Meßet die Weite des Standes von der zu messenden Höhe CD (§. 65.) und
5. Traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe auf das Tischlein aus E in c (§. 194.).
6. Richtet in C einen Perpendicul cb auf (§. 95.), und
7. Messet seine Länge auf dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.), so wisset ihr die Höhe CA.
8. Dazu addiret die Höhe BC; so kommt die verlangte Höhe heraus.

### Beweis.

Der Winkel E ist beyden Triangeln Ecb und ECA gemein: bey c und C sind rechte Winkel (§. 20.), die gleichfalls einander gleich sind (§. 56.): also verhält sich Ec zu EC, wie bc zu AC (§. 183.). Nun hält Ec so viel auf dem verjüngten Maaßstabe, wie EC auf dem großen. Derowegen muß auch

auch bc so viel auf dem verjüngten Maaßstabe, wie AC auf dem großen, halten W. Z. E.

## Eine andere Auflösung.

1. Messet den Winkel E (§. 64.), und die Standlinie AD, oder CE (§. 65.). Tab. XVII. Fig. 121.
2. Construiret daraus einen rechtwinklichten Triangel EbC (§. 81. 95.).
3. Messet die Höhe bC auf dem verjüngten Maaßstabe; so habt ihr die Höhe BC.
4. Dazu addiret die Höhe des Stativs; so kommt die Höhe AB heraus.

## Beweis.

Der Beweis ist der vorige.

## Anmerkung.

200. Man setzet voraus, das die Linie AD horizontal sey: denn wenn das Instrument an einem erhabenern, oder auch niedrigern Orte stünde, als die Höhe BA gelegen; so ist es rathsamer, daß man auch den Winkel CEA misset, und den Triangel CEA im Kleinen construiret.

## Die 58. Aufgabe.

201. **Eine Höhe AB zu meßen, zu der man nicht kommen kann.** Tab. XVII. Fig. 122.

## Auflösung.

1. Erwählet zween Stände in D und E, und visiret, wie in der vorhergehenden Aufgabe, nach der Spitze A und dem Puncte C, in dem ersten Stande D.
2. Messet die Standlinie DE, und traget sie aus f in e von dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.).

3. Traget das Tischlein in E dergestalt, daß der Punct e über E kommt, und visiret, wie vorhin, nach dem Puncte C und der Spitze A.
4. Wo die Linie ea die Linie fa durchschneidet, lasset einen Perpendicul ac auf fc herunter fallen (§. 94.).
5. Diesen messet auf dem verjüngten Maaßstabe, so habt ihr die Höhe AC.
6. Addiret dazu die Höhe BC, so habt ihr die verlangte Höhe AB.

### Beweis.

Der Beweis ist eben wie in der vorigen Aufgabe.

### Eine andere Auflösung.

Tab. XVII. Fig. 123.

1. Messet in dem ersten Stande D den Winkel F, und in dem andern E den Winkel G (§. 64.), und die Standlinie ED oder GF (§. 65.).
2. Diese traget auf das Papier nach dem verjüngten Maaßstabe, und
3. Construiret darauf, durch Hülfe der Winkel G und F, einen Triangel fga (§. 81.).
4. Verlängert seine Grundlinie fg in c, und lasset von a einen Perpendicul ac herunter fallen (§. 94.).
5. Endlich messet ac auf dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.), und addiret dazu die Höhe des Instruments, damit ihr die Winkel gemessen habt, oder nehmet in Acht, was (§. 200.) erinnert worden ist: so kommt die verlangte Höhe AB heraus.

### Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die

## Die 59. Aufgabe.

202. Eine jede geradelinichte Figur ABCDE, in die man kommen kann, in Grund zu legen. Tab. XVIII Fig. 124.

### Auflösung.

Messet den ganzen Umfang der Figur AB, BC, CD, DE, EA; imgleichen die Diagonallinien AC und AD, so könnet ihr nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.) die Figur auf dem Papiere aufzeichnen (§. 144.).

### Beweis.

Wenn man eine Figur in Grund leget, so muß man eine kleine Figur zeichnen, in der alle Winkel so groß sind, als in der großen, und die Seiten sich eben so gegen einander verhalten, wie in der großen. Wenn man für jede Seite der Triangel ABC, ACD, ADE auf dem verjüngten Maaßstabe so viel annimmt, als sie im Großen ausmacht; so verhalten sich die Seiten in der verjüngten Figur eben so gegen einander, wie die Seiten der großen. Denn, wenn AB im Großen 6 ist, so ist sie im Kleinen auch 6: wenn BC im Großen 7 ist, so ist sie im Kleinen auch 7. Und also verhält sich AB zu BC beyderseits, wie 6 zu 7. Derowegen sind auch die Winkel der Triangel in der kleinen Figur so groß, wie die Winkel in der großen (§. 183.). Da nun die Winkel der Figur mit den Winkeln der Triangel übereinkommen; so müssen auch alle Winkel in der verjüngten Figur so groß seyn, wie in der großen. W. Z. E.

### Anderst.

1. Erwählet euch innerhalb der Figur einen Punct F, und setzet dahin das Meßtischlein. Tab. XVIII. Fig. 125.

2. Aus F visiret gegen die Stäbe, welche man in die Ecken der Figur A, B, C, D, E gesteckt hat, und ziehet die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.
3. Messet die Linien FA, FB, FC, FD, FE (§. 65.), und
4. Eben so groß machet nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.) die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.
5. Endlich ziehet die Linien ab, bc, cd, de und ea; so schließet sich die verlangte Figur.

### Beweis.

In dem Triangel aFb verhält sich Fa zu Fb, wie FA zu FB im Triangel AFB, und der Winkel F ist beyden Triangeln gemein; derowegen verhält sich auch Fb zu FB, wie ba zu BA (§. 188.). Eben so wird erwiesen, es verhalte sich, wie Fb zu FB, so bc zu BC: folglich auch ba zu BA, wie bc zu BC (§. 70. *Arithm.*); und demnach ba zu bc, wie BA zu BC, (§. 111. *Arithm.*). Es ist aber auch der Winkel abc so groß, wie der Winkel ABC (§. 188.). Da nun auch auf gleiche Weise von allen übrigen Winkeln c, d, e, a erwiesen werden kann, daß sie den Winkeln C, D, E, A gleich sind, und auch von den übrigen Seiten, daß sie sich gegen einander verhalten, wie die Seiten CD, DE, EA; so ist klar, daß die große Figur in Grund gelegt worden, das ist, die kleine der großen ähnlich ist. W. Z. E.

### Anderst.

1. Messet aus F alle Winkel AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 64.), imgleichen die Linien FA, FB, FC, FD und FE (§. 65.).
2. Traget die Winkel auf das Papier (§. 69.), imgleichen die Linien nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.).

3. Ziehet die Linien ab, bc, cd, de und ea; so wird die verlangte Figur geschlossen.

### Beweis.

Der Beweis ist eben, wie der vorige.

### Noch anderst.

1. Spannet auf das Tischlein einen Bogen Papier, und beschreibet aus dem Mittelpuncte o einen Circul. Tab. XVIII. Fig. 126.
2. Schraubet in demselben einen Stift ein, und hänget ein Lineal mit Dioptern darein.
3. Visiret gegen alle Ecken der Figur, und merket die beyden Puncte a und a, b und b, c und c, &c. wo das Lineal den Circul durchschneidet.
4. Messet, wie vorhin, alle Linien aus dem Mittelpuncte der Figur bis an die Winkel, und traget sie in euer Memorial.
5. Spannet euren Circul mit seinen Eintheilungen nebst einem andern Bogen Papier auf ein Reißbret, oder leget ihn nebst einem andern Bogen auf den Tisch. Leget ferner ein Parallellineal an aa, an bb, an cc &c. und thut es so weit auf, bis ihr eben diese Linien auf dem neben liegenden Papiere ziehen könnet.
6. Endlich aus dem Durchschnitte dieser gezogenen Linien traget von dem verjüngten Maaßstabe die auf dem Felde gemessenen Linien (§. 194.), und ziehet die Figur vollends aus.

### Anmerkung.

203. Diese letztere Manier ist um deswillen zu loben, weil man auf ein einiges Papier ein großes Feld stückweise bringen kann: indem man nur nöthig hat, eine Ziffer bey den Buchstaben zu setzen, wo die Winkel eines neuen Stückes angehen, und, wenn ein Alphabet aus ist, ein neues

mit andern Buchstaben anzufangen. Den Beweis findet man in meinen Elementis Geometriæ (§. 363.).

## Die 60. Aufgabe.

Tab. XVIII. Fig. 128.

204. **Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man aus zween Oertern A und B ganz übersehen kann.**

### Auflösung.

1. Setzet euer Tischlein in A, visiret nach allen Ecken der Figur B, C, D, E, und ziehet gegen dieselben Linien aus dem Puncte A.
2. Messet die Standlinie AB (§. 65.), und traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194.) auf das Tischlein aus A in b.
3. Traget das Tischlein aus A in B, und richtet es dergestalt, daß der Punct b in B kommt, und ihr durch die Dioptern des an die Linie bA angelegten Lineals den in A eingesteckten Stab sehen könnet.
4. Visiret nach allen übrigen Ecken der Figur, und ziehet gegen dieselben aus b Linien, welche die vorigen in e, d, c durchschneiden.
5. Endlich ziehet die Linien, ed, dc; so habt ihr die verlangte Figur in Grund gelegt.

### Beweis.

Der Beweis ist fast eben wie in der 56 Aufgabe (§. 197.).

### Anderst.

Tab. XVIII. Fig. 128.

1. Messet aus A die Winkel CAB, DAC, EAD (§. 64.), imgleichen die Linie AB (§. 65.), wie nicht weniger aus B die Winkel EBA, EBD, DBC (§. 64.).

2. Zie-

2. Ziehet auf dem Papiere eine Linie a b, und traget von dem verjüngten Maaßstabe die Größe der Linie AB darauf (§. 194.).
3. Traget in a die Winkel CAB, DAC und EAD; hingegen in b die Winkel EBA, EBD, DBC (§. 69.).
4. Endlich ziehet die Puncte a, e, d, c, b mit geraden Linien zusammen; so habt ihr die verlangte Figur in Grund gelegt.

## Beweis.

Der Beweis ist abermals, wie in der 56 Aufgabe (§. 197.).

## Noch anderst.

1. Setzet die Boussole, oder ein Magnetkästlein, dessen Rand in 360 Grade eingetheilet ist, und gegen das Ende der Mittagslinie, darauf die Nadel ruhen muß, wenn sie Norden zeiget, mit Diopteru versehen ist, dergestalt in A, daß ihr durch die Diopteru den in B eingesteckten Stab erblicket, und merket, welchen Grad gegen Osten oder Westen die Nadel andeutet. Tab. XIX. Fig. 127. 130.
2. Wendet die Boussole gleichergestalt gegen die Stäbe in den übrigen Winkeln der Figur E, D, C, und merket gleichergestalt die von der abweichenden Nadel in jedem Falle angedeuteten Grade.
3. Gehet mit der Boussole in B, und visiret durch die Diopteru nach allen Winkeln der Figur A, E, D, C, und traget abermals die Grade, welche die von der Mittagslinie der Boussole abweichende Nadel andeutet, in euer Memorial ein.
4. Endlich messet (§. 65.) die Standlinie AB.
5. Wenn ihr nach Hause kommt, so setzet die von eurem Stativ abgeschraubte Boussole auf das

Papier, und rücket sie so lange, bis die Nadel an dem Grade ruhet, welchen sie nach eurem Memoriale erreichte, als die Mittagslinie der Boussole über der Standlinie stund; so könnet ihr nach dem verjüngten Maaßstabe die Standlinie ab auf das Papier tragen.

Tab. XX. Fig. 131. 6. Wenn ihr nun aus a auf gleiche Weise die Linien ae, ad, ac, und aus b die Linien bc, bd, be, traget; so könnet ihr durch Zusammenziehung der Puncte b, c, d, e, a die Figur schliessen.

## Beweis.

Tab. XIX. Fig. 129. Man darf nur erweisen, daß man auf die vorgeschriebne Weise mit der Boussole die Winkel auf dem Felde messen, und auf das Papier abtragen kann; so ist im Uebrigen der Beweis, wie bey den vorhergehenden Auflösungen. Das erstere aber ist gar leicht zu begreifen. Denn die Magnetnadel stehet in dem Puncte A und a immer auf einer Linie, als AK und ak, ich mag die Boussole um den Punct A oder a drehen, wie ich will. Wenn nun die Mittagslinie der Boussole auf AB stehet, so zeiget die Nadel an, wie viel ihre Mittagslinie von der wahren Mittagslinie AK abweichet, das ist, die Größe des Winkels KAB. Stehet die Mittagslinie der Boussole auf AC, so zeiget die Nadel die Größe des Winkels CAK. Stehet sie auf AD, so zeiget die Nadel den Winkel KAD. Wenn man demnach auf dem Papiere die Boussole dergestalt richtet, daß die Nadel wieder den Winkel KAB zeiget, so läßt sich nach ihrer Mittagslinie die Linie ab ziehen, und auf gleiche Weise geben sich die Linien ac und ad, folglich auch die Winkel bac und cad, welche man sonst mit dem Quadranten zu messen pfleget. W. Z. E.

Die

## Die 1. Anmerkung.

205. Aus dem Beweise ist abzunehmen, daß man ohne die Boussole durch einen Transporteur auf das Papier tragen kann, was man auf dem Felde mit jener gemessen hat. Wenn man nämlich eine Linie AK ziehet, welche die wahre Mittagslinie vorstellet, an dieselbe den Diameter des Transporteurs anleget, und die in dem Memoriale notirten Grade absticht. Nun muß entweder jeder halbe Circul in seine 180° besonders getheilet seyn, oder auf dem Transporteur müssen die Grade rückwärts bis 360° gezählet werden.

## Die 2. Anmerkung.

206. Die Magnetnadel muß aus sauberem Stahle dünne und lang geschmiedet werden, doch niemals über 6 Zoll seyn. Auch, weil die Kraft des Magnets sich nach einer geraden Linie zertheilet, nirgends durchbrochne Zierrathen haben. Es ist genug, daß man an einem magnetischen Pole nur den einen Theil der Nadel, und zwar etwas langsam, streichet, und wird der Theil der Nadel, welcher sich gegen Norden kehren soll, auf dem Südervole des Magnets gestrichen. Auch muß man niemals wieder zurücke streichen, weil sonst durch den Zurückstrich die Kraft benommen wird, die man durch den ersten ihr mitgetheilet hat. Bey uns, die wir gegen Norden wohnen, wird der Nordtheil der Nadel jederzeit schwerer, wenn er gestrichen worden, als der Südertheil. Derowegen muß man ihn anfangs etwas leichter machen. Der Stift, worauf die Magnetnadel ruhet, kann zwar aus Messing, doch mit einer zarten und wohlgehärteten stählernen Spitze gemacht werden, damit sie recht beweglich sey.

## Die 61. Aufgabe.

207. **Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man ganz umgehen kann.** Tab. XIX. Fig. 130.

## Auflösung.

1. Setzet das Tischlein in A, und visiret nach den Stäben in B und E, damit ihr den Winkel BAE darauf bekommt.

2. Messet die Linien AB und AE (§. 65.), und traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe (§.194.) auf das Tischlein.
3. Gehet mit dem Tischlein in B, und setzet den Punct auf dem Tischlein b in B, visiret wieder zurücke in A, imgleichen von dem neuen Puncte B in C, damit ihr den Winkel CBA auf das Tischlein bekommt.
4. Messet die Linie BC (§. 65.), und traget sie auf das Tischlein (§. 194.).
5. Wenn ihr die ganze Figur dergestalt umgehet; so werdet ihr sie in Grund gelegt haben.

## Beweis.

Denn alle eure Winkel in der kleinen Figur sind den Winkeln in der großen gleich, und die Linien verhalten sich in der kleinen Figur eben so, wie in der großen: derowegen ist die kleine Figur der großen ähnlich (§. 182.). W. Z. E.

## Anderst.

Messet alle Seiten der Figur (§. 65.), und drey Winkel weniger, als Seiten sind, (§. 64.) so könnet ihr die Figur in Grund legen (§. 145.).

## Noch anderst.

Tab. XX. Fig. 131. 1. Setzet die Boussole in A, und richtet ihre Mittagslinie auf die Linie AB, verzeichnet dabey in euer Memorial, wie viel Grade die Magnetnadel davon abweichet, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 204.).
2. Messet die Linie AB, und traget sie gleichfalls in euer Memorial ein.
3. Umgehet solchergestalt die ganze Figur, und zeichnet überall in euer Memorial die Abwei-

chung

chung der Magnetnadel von ihrer Mittagslinie, und die Länge derselben Linien, darüber sie ruhet. Und damit ihr die einwärts gebogenen Winkel von den andern unterscheiden könnet, so ziehet nach der Länge des Papiers in eurem Memoriale eine Linie, und schreibet diese Winkel zur Linken, die andern aber zur Rechten.

4. Ziehet auf dem Papiere eine Linie ab, und traget nach dem verjüngten Maaßstabe die Linie AB aus eurem Memoriale darauf (§. 194.). Setzet auf dieselbe die Mittagslinie eurer Boussole, und rücket das Papier mit derselben so lange, bis die Magnetnadel den in euer Memorial auf dem Felde verzeichneten Grad der Abweichung zeiget.

5. Alsdenn lasset euer Papier unverrückt, und setzet den Mittelpunct der Boussole auf den Punct b, wendet sie um denselben so lange, bis die Magnetnadel den bey diesem Puncte auf dem Felde in euer Memorial verzeichneten Abweichungsgrad zeiget; so könnet ihr nach der Mittagslinie der Boussole die Linie bc ziehen, und ihre Größe aus dem Memoriale durch den verjüngten Maaßstab determiniren.

6. Wenn ihr so fortfahret; so werdet ihr endlich die verlangte Figur auf dem Papiere haben.

## Noch anderst.

1. Verrichtet auf dem Felde alles, wie vorhin, nach der 1. 2. und 3. Regel. Tab. XX. Fig. 132.

2. Ziehet auf dem Papiere mit Bleyweiß Parallellinien in beliebiger Weite.

3. Nehmet einen an ein Parallellineal befestigten und in seine Grade eingetheilten Transporteur. Leget das eine Lineal an eine von gedachten Parallel-

rallellinien HK, und merket euch auf dem Papiere den Punct z, den der Grad der Abweichung auf dem Felde im Puncte A nach eurem Memoriale im Transporteur berühret, und den Punct a, wo der Mittelpunct des Transporteurs lieget.

4. Leget das Lineal an die beyden Puncte a und z, und nehmet von dem Maaßstabe die Länge der Linie AB, so könnet ihr den Punct b abstecken, und die Linie ab ziehen.

5. Lasset das Lineal an einer Parallellinie liegen, und schiebet den Mittelpunct des Transporteurs bis in b: stecket durch Hülfe des auf dem Felde in B gefundenen Abweichungsgrades an dem Transporteur den Punct y ab, so könnet ihr, wie vorhin, den Punct c finden, und folglich die Linie bc ziehen.

6. Wenn ihr so fortfahret; so wird sich endlich die ganze Figur geben.

## Beweis.

Der Beweis ist aus der 60 Aufgabe (§. 204.). und seiner ersten Anmerkung (§. 205.) leicht abzunehmen. Wenn man nur merket, daß die Parallellinien die Magnetnadel über ihrer Mittagslinie vorstellen.

## Die 62. Aufgabe.

208. **Ein jedes Feld, oder einen jeden andern Platz auszurechnen.**

## Auflösung.

1. Leget es zuerst in Grund, **nach den vorhergehenden Aufgaben** (§. 202. & seq.). Darnach

2. Rechnet die Figur aus, **nach der** 38 **Aufgabe** (§. 157.).

Die

## Die 63. Aufgabe.

209. Ein Parallelogrammum, ingleichen einen Triangel in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget. Tab. XXI. Fig. 133. 134.

### Auflösung.

1. Theilet die Grundlinie CD oder CB in so viel gleiche Theile, als die Figur eingetheilet werden soll (§. 190.).
2. Ziehet aus den Theilungspuncten 1. 2. in dem erstern Falle mit der andern Seite AC Parallellinien 1. 1. und 2. 2.; in dem andern Falle aber Linien bis an die Spitze des Triangels A 1 und A 2: so sind beyde Figuren in gleiche Theile getheilet (§. 175. 176.).

## Die 64. Aufgabe.

210. Zwischen zwoen gegebenen Linien AB und BE eine mittlere Proportionallinie zu finden. Tab. XXI. Fig. 135.

### Auflösung.

1. Traget die gegebenen Linien AB und BE aufeine an einander, und theilet sie in C in zween gleiche Theile (§. 120.).
2. Beschreibet aus C mit CA einen halben Circul.
3. Richtet aus B die Perpendicularlinie BD auf (§. 95.). Diese ist die verlangte Proportionallinie.

### Beweis.

Der Winkel ADE ist ein rechter Winkel (§. 115.), ABD ist auch ein rechter Winkel (§. 20.). Der Winkel DAB ist beyden Triangeln DAB und DAE gemein. Derowegen ist auch der Winkel ADB dem Winkel DEB gleich (§. 105.). Nun

ist

ist in dem Triangel DEB der Winkel DBE auch ein rechter Winkel (§. 20.). Derowegen verhält sich AB zu BD, wie BD zu BE (§. 183.) W. Z. E.

## Anmerkung.

211. Wenn man für 1. eine Linie annimmt, und nach derselben eine gegebene Zahl durch eine andere Linie exprimiret, so kann man durch diese Aufgabe vermittelst des verjüngten Maaßstabes die Quadratwurzel ausziehen (§. 90. 21. *Arithm.*).

## Die 65. Aufgabe.

Tab. XXI. Fig. 136. 212. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens AB, und dessen Höhe DE, den Diametrum EF, und folglich den Mittelpunct des Circuls C zu finden.

## Auflösung und Beweis.

1. Suchet zu ED und DB die dritte Proportionallinie (§. 113. *Arithm.*); so habt ihr DF (§. 186.).
2. Addiret zu DF die Höhe des Bogens DE so habt ihr den Diametrum EF.
3. Theilet denselben in 2 gleiche Theile, so habt ihr den Radium EC, und folglich den Mittelpunct C.

Z. E. Es sey DE 8′3″, DB 1°6′6″,

83 — 166 — 166
166
———
996
996
166
———
27556

1
22
366
27556 | 332″DF
8333 | 83 DE
88
———
415″EF
2) ———
2075‴EC.

Anmer-

## Anmerkung.

213. Diese Aufgabe hat ihren Nutzen in der Baukunst, wenn man die Eröfnung der Thüren und Fenster mit Bögen schliessen soll.

## Die 66. Aufgabe.

214. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens AB, und seiner Höhe DE, den Inhalt des Abschnittes ADBEA zu finden. Tab. XXI. Fig. 127.

## Auflösung.

1. Suchet zuerst den Diametrum des Circuls DF (§. 212.).
2. Beschreibet damit einen Circul, und traget die Sehne AB darein.
3. Messet den Winkel ACB mit dem Transporteur (§. 64.), und
4. Suchet alsdenn den Ausschnitt ACBDA (§. 171.).
5. Aus der gegebenen Sehne AB, und dem Unterscheide EC zwischen der Höhe des Bogens DE und dem Radio DC, suchet den Inhalt des Triangels ACB (§. 156.).
6. Endlich ziehet den Triangel ACB von dem Ausschnitte ACBDA ab; so bleibt der Abschnitt ADBEA übrig.

Z. E. Es sey AB 600''', DE 80''', so ist EF 1125''', DF 1205''', die Peripherie des Circuls 3783''' (§. 166.), der Bogen AB 60°, oder 630''', und daher der Ausschnitt ACBDA 189630'''. Da nun EC 522''', AE 300'''; so ist △ ACB 156600''', folglich der Abschnitt AEBDA 33030'''.

## Die 67. Aufgabe.

215. Den körperlichen Inhalt eines Cubi oder Würfels, und seine Fläche zu finden. Tab. XXI. Fig. 138.

Auflö-

## Auflösung.

Der Maaßstab des körperlichen Inhalts ist eine Cubicruthe, das ist, ein Würfel, der eine Ruthe lang, eine Ruthe dick, und eine Ruthe breit ist (§. 10.). Diese wird eingetheilet in Cubicschuhe, in Cubiczolle. Jenes sind Würfel, die zur Seite einen Schuh; diese aber Würfel, die zur Seite einen Zoll haben.

Wenn ihr nun den körperlichen Inhalt eines Würfels wissen wollet, so

1. Messet die Seite des Würfels, und multipliciret sie mit sich selbst, so habt ihr seine Grundfläche (§. 147.).
2. Diese multipliciret weiter durch seine Seite, so kommt der Inhalt des Würfels heraus.
3. Hingegen, wenn ihr die Grundfläche mit 6 multipliciret; so bekommt ihr die Fläche des ganzen Würfels (§. 34.).

## Exempel.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Seite | 34′ | Grundfläche | 1156′ |
| | 34 | Seite | 34 |
| | 136 | | 4624 |
| | 102 | | 3468 |
| Grundfläche | 1156′ | Inhalt des Würfels. | 39304′ |
| | 6 | | |
| Fläche des Würfels. | 6936′ | | |

## Beweis.

Man bilde sich ein, es sey die Seite des Würfels in etliche gleiche Theile getheilet; so ist klar, daß so viel Schichten kleiner Würfel heraus kommen, als die Höhe Theile hat, und in jeder Schicht

so

so viel kleiner Würfel, als Quadrate in der Grundfläche sind. Derowegen, wenn man die Höhe durch die Grundfläche multipliciret, so kommt die Zahl der kleinen Würfel heraus, die der große in sich hält. W. Z. E.

## Zusatz.

216. Wenn die Seite des Würfels 10 ist, so ist der körperliche Inhalt 1000. Derowegen, wenn die Seite 1 Ruthe oder 10 Schuhe hält, so sind 1000 schuhige Würfel in dem großen enthalten. Und demnach hat die Cubicruthe 1000 Cubicschuhe, der Cubicschuh 1000 Cubiczolle, der Cubiczoll 1000 Cubiclinien.

## Der 28. Lehrsatz.

217. Alle Parallelepipeda, Prismata und Cylinder, welche gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.

## Beweis.

Wenn man ein Parallelepipedum, Prisma und einen Cylinder in lauter Scheiben zerschneidet, so subtil, als man will; so sind nicht allein alle Scheiben einander gleich (§. 33. 31.); sondern wenn zween Körper auch gleiche Höhen haben, so können aus einem nicht mehr, als aus dem andern, geschnitten werden. Und also fasset ein Körper so viel Raum in sich, als der andere. W. Z. E.

## Die 68. Aufgabe.

218. Den Inhalt eines Parallelepipedi und seine Fläche zu finden.

### Auflösung.

Tab. XXI. Fig. 139. 1. Multipliciret die Länge AB durch die Breite BC, so habt ihr die Grundfläche ABCE (§. 32. 151.).

2. Diese multipliciret ferner durch die Höhe BD, so kommt der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es sey AB 36′, BC 15′, BD 12′.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Länge AB | 36 | Grundfl. ABCE | 540′ |
| Breite BC | 15 | Höhe BD | 12 |
| | 180 | | 1080 |
| | 36 | | 54 |
| Grundfl. ABCE | 540′, | Körperlicher Inhalt. | 6°480′ |

### Für die Fläche.

1. Multipliciret AB in BC, imgleichen AB in BD, und BD in BC, so habt ihr die Vierecke AD, EB und CD (§. 33. 151.).

2. Addiret die drey Vierecke zusammen, und multipliciret die Summe durch 2; so kommt die Fläche des Parallelepipedi heraus (§. 33.).

Z. E.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| AB | 36′ | AB | 36′ | BC | 15′ |
| BC | 15 | BD | 12 | BD | 12 |
| | 180 | | 72 | | 30 |
| | 36 | | 36 | | 15 |
| □ EB | 540′ | □ AD | 432′, | □ CD | 180′, |
| □ AD | 432 | | | | |
| □ CD | 180 | | | | |
| | 1152′ | | | | |
| | 2 | | | | |

2304′ Fläche des Parallelepipedi.

Beweis.

### Beweis.

Der Beweis ist eben, wie in der 67 Aufgabe (§. 215.).

### Der 29. Lehrsatz.

219. Ein jedes Parallelepipedum wird durch die Diagonalfläche DBFH in zwey gleiche Prismata getheilet. Tab. XXII. Fig. 140.

### Beweis.

Die Diagonallinie DB theilet das Parallelogrammum ABCD in zween gleiche Triangel (§. 142.). Da nun die beyden Prismata ADBFGH und DBCEFH ausser diesen gleichen Grundflächen, auch einerley Höhe DH haben; müssen sie einander gleich seyn (§. 217.). W. Z. E.

### Die 69 Aufgabe.

220. Den Inhalt eines jeden Prismatis und seine Fläche zu finden.

### Auflösung.

1. Suchet die Grundfläche des Prismatis (§. 151. 155. 156. 157. 158.). Tab. XXII. Fig. 141.
2. Multipliciret selbige durch die Höhe, so kommt der verlangte Inhalt heraus.
3. Hingegen multipliciret den Umfang der ganzen Grundfläche durch eben dieselbe Höhe, so kommt die Fläche, ausser den beyden Grundflächen, heraus.
4. Wenn ihr nun diese dazu addiret, so habt ihr die ganze Fläche (§. 30.).

Z. E. Es sey AB 8′ CD 6′ AE 15′

AB 8  
½ CD 3  
ABC 24′

ABC 24  
AE 15  
120  
24  
Inhalt des Prismatis 360′.

BC 91″  
AB 80  
AC 62  
Peripherie 233″  
Höhe 150  
11650  
233  
Seitenfläche 34950″  
BAC 2400  
HEI 2400  
Ganze Fläche 39750″.

## Beweis.

Das dreyeckichte Prisma ist die Hälfte eines Parallelepipedi, welches mit ihm einerley Höhe, aber eine doppelte Grundfläche hat (§. 219.). Wenn man die ganze Grundfläche des Parallelepipedi mit der Höhe multipliciret, so bekommt man seinen Inhalt (§. 218.). Derowegen wenn man die Hälfte von der Grundfläche des Parallelepipedi, das ist, die Grundfläche des dreyeckichten Prismatis, durch die Höhe multipliciret, so muß die Hälfte des Parallelepipedi, das ist, der Inhalt des Prismatis, heraus kommen. Alle übrigen Prismata lassen sich in dreyeckichte zertheilen, und also gilt auch von ihnen, was von den dreyeckichten ist erwiesen worden.

Die

## Die 70. Aufgabe.

221. **Aus der gegebenen Höhe eines Cylinders und dem Diametro desselben, seinen Inhalt und seine Fläche zu finden.**

### Auflösung.

1. Suchet die Grundfläche des Cylinders (§. 168.).
2. Multipliciret selbe durch seine Höhe, so habt ihr den verlangten Inhalt.
3. Hingegen die Peripherie multipliciret durch eben dieselbe Höhe, so kommt die Fläche ohne die beyden Grundflächen heraus.
4. Wenn ihr nun die beyden Grundflächen dazu addiret; so ist die Summe die verlangte Fläche des Cylinders.

Z. E. Es sey der Diameter AB 560″, die Höhe BC 892″, so ist (§. 168.) Tab. XXII. Fig. 142.

| | | | |
|---|---|---|---|
| die Grundfl. | 246176″ | Periph. | 17584‴ |
| die Höhe BC | 892″ | BC | 8920 |
| | 492352 | | 351680 |
| | 2215584 | | 158256 |
| | 1969408 | | 140672 |
| Inh. des Cylind. | 219588992″ | | 156849280‴ |
| | | | 24617600 |
| | | | 24617600 |
| | | Fläche | 206084480‴ |

### Beweis.

Weil der Circul ein reguläres Vieleck ist, welches unzählich viel Seiten hat, so kann man den Cylinder als ein Prisma ansehen, welches unzählich viel Seiten hat. Und dannenhero wird sein Inhalt gefunden, wenn seine Grundfläche durch die Höhe,

die Fläche aber wenn die Peripherie der Grundfläche in eben diese Höhe multipliciret wird (§. 220.). W. Z. E.

### Der 30. Lehrsatz.

Tab. XXII. Fig.* 222. Wenn eine Pyramide ABCD dergestalt durchschnitten wird, daß der Durchschnitt abc der Grundfläche ABC parallel ist; so ist auch die Figur abc der andern ABC ähnlich.

### Beweis.

Weil ab mit AB parallel; so ist Da: DA = ab: AB ((§. 184. *Geom.* & §. 111. *Arithm.*). Eben deswegen ist Da: DA=ac: AC, folglich ab: AB = ac: AC ((§. 70. *Arithm.*): und daher ab:ac=AB: AC (§. 111. *Arithm.*). Da man nun auf gleiche Art erweiset, daß ac: bc = AC: BC; so sind die △△ abc und ABC einander ähnlich (§. 183.) folglich in andern Fällen die Figuren, die aus ihnen zusammen gesetzt werden (§. 52.) W. Z. E.

### Der 31. Lehrsatz.

Tab. XXII. Fig. 143. 223. Pyramiden und Kegel, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.

### Beweis.

Es sey ABC eine Seitenfläche von einer Pyramide, und DEF von der andern, BC und EF in einer Linie BF, BC=EF, die Spitzen A und D mit BF in einer Fläche, und AM auf BC, DO auf EF perpendicular; so ist AM=DO. Nun ziehe man GK mit BF und AD parallel, so ist auch AL= DN (§. 25.), und AG: AB=GH:BC

und

und AG : AB = AL : AM ( §. 184. *Geometr.* §. 70. *Arithmet.* ). Eben so wird erwiesen, daß DN : DO = IK : EF. Da nun GH : BC = IK : EF ( §. 70. *Arithm.* ), das ist, GH : IK = BC : EF ( §. 111. *Arithm.* ), und BC = EF : so ist GH = IK ( §. 66. *Arithm.* ). Weil eben dergleichen in allen übrigen Flächen, welche die Pyramide einschliessen, erwiesen werden kann, und, wegen der Aehnlichkeit der Durchschnitte mit ihren Grundflächen (§. 222.), die gleichnamigen Winkel einander gleich sind ( §. 182. ): so müssen die Durchschnitte in beyden Pyramiden von gleicher Grösse seyn, wenn sie in gleicher Höhe geschehen ( §. 50.). Da aber die ganzen Höhen der Pyramiden von gleicher Grösse sind, so kann man in einer nicht mehr Durchschnitte haben, als in der andern. Und demnach sind die Pyramiden einander gleich: welches das erstere war.

Wenn man die Triangel ABC und DEF für die Durchschnitte zweyer Kegel annimmt, dadurch sie von der Spitze bis durch die Grundfläche in zweene gleiche Theile getheilet werden: so sind GH und IK die Diametri der Circul, welche aus den mit den Grundflächen parallel geschehenen Durchschnitten entstehen ( §. 36. ), und also ist abermal klar, daß diese Circul, und folglich die ganzen Kegel, einander gleich seyn müssen: welches das andere war.

## Der 32. Lehrsatz.

224. Ein jedes dreyeckichtes Prisma kann in drey gleiche Pyramiden getheilet werden. Tab. XXII. Fig. 144.

## Beweis.

Die Pyramiden ADEF und ACBE haben einerley Höhe BE und gleiche Grundflächen DEF und ABC (§. 30.): Derowegen sind sie einander gleich (§. 223.) Wiederum, die Pyramiden ACBE und CEFA haben gleiche Grundflächen BCE und CEF (§. 142.), und einerley Höhe, indem sie beyde in A zusammen stossen. Derowegen sind sie auch einander gleich (§. 223.). Folglich sind sie alle drey einander gleich (§. 29. *Arithm.*) W. Z. E.

## Anmerkung.

225. Wenn man das Prisma aus Holz verfertigen, und auf gehörige Weise schneiden läßt, so ist den Anfängern der Beweis leichter zu begreifen, weil sie die Pyramide CEFA besser sehen können.

## Der 1. Zusatz.

226. Eine dreyeckichte Pyramide ist der dritte Theil von einem Prismate, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

## Der 2. Zusatz.

227. Weil jedes vieleckichtes Prisma in viele dreyeckichte sich zertheilen läßt; so muß eine jede Pyramide der dritte Theil von einem Prismate seyn, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

## Der 3. Zusatz.

228. Da nun ein Kegel für eine Pyramide zu halten ist, welche unzählig viel Ecken hat; so wird auch derselbe der dritte Theil eines Cylinders seyn, welcher gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihr hat.

## Die 71. Aufgabe.

229. Den Inhalt einer Pyramide, imgleichen eines Kegels zu finden.

### Auflösung.

1. Suchet den Inhalt eines Prismatis und Cylinders, welche gleiche Grundflächen und Höhen mit der Pyramide und dem Kegel haben (§. 220. 221.).
2. Diesen dividiret durch 3, so kommt der Inhalt der Pyramide und des Kegels heraus (§. 227. 228.).

### Oder:

Multipliciret die Grundfläche beyderseits mit dem dritten Theile der Höhe.

Z. E. Der Inhalt des Prismatis ist (§. 220.) 360'. Also ist der Inhalt der Pyramide 120'. Der Inhalt des Cylinders ist (§. 221.) 219° 588' 992''. Also kommen für den Kegel 73° 196' 330$\frac{2}{3}$''.

## Die 72. Aufgabe.

230. Den Inhalt eines abgekürzten Kegels ABDC zu finden. Tab. XXII. Fig. 145.

### Auflösung.

1. Wenn man inferiret: wie der Unterscheid AH der halben Diametrorum AG und CF zu der Höhe des abgekürzten Kegels CH, so der halbe große Diameter AG zu der Höhe des ganzen Kegels EG (§. 184.); so kann man durch die Regel Detri die Höhe des ganzen Kegels EG finden (§. 113. *Arithm.*).

2. Aus dieser und dem Diametro AB suchet den Inhalt des ganzen Kegels AEB (§. 229.).
3. Ziehet die Höhe des abgekürzten Kegels CH oder FG von der Höhe des ganzen EG ab, so bleibet die Höhe des abgeschnittenen Kegels EF übrig.
4. Suchet aus dieser und dem Diametro CD den Inhalt des Kegels ECD (§. 229.).
5. Endlich ziehet den kleinen Kegel ECD von dem großen AEB ab; so bleibt der Inhalt des abgekürzten ABDC übrig.

3. E. Es sey AB 36′, CD 20′, FG oder CH 12′; so ist AG 18′, CF 10′ und AH 8′: demnach

AH : CH = AG : GE
8 : 12 = 18 :
4) 2   3   9
2) 1       3   (§. 124. *Arithm.*)

27′ = GE
12 = GF

15′ = FE,

100 : 314 = 18′
18

2512
314

5°6′5″2‴ halbe große Peripherie,
1800 AG

45216
5652

1017366″ große Grundfläche,
90 = $\frac{1}{3}$ GE

9°156′240″ der Kegel AEB,

100:314=10′
10

314″ halbe kleine Peripherie,
100 CF

31400″ kleine Grundfläche,
$50 = \frac{1}{3}$ EF

1570000″ Inhalt des Kegels CED,
9156240 Inhalt des Kegels AEB,

7°586′240″ Inhalt des abgekürzten Kegels ACDB.

## Der 33. Lehrsatz.

231. Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, welcher gleiche Grundfläche und Höhe mit ihr hat. Tab. XXII. Fig. 146.

### Beweis.

Wenn das Quadrat ABCD sich um seine Seite DC herum drehet, so beschreibt es einen Cylinder (§. 29.), der Quadrant DCB eine halbe Kugel (§. 27.), und der Triangel ADC einen Kegel (§. 35.). Weil die Höhe DC in allen dreyen Körpern einerley ist, so können in einem nicht mehr Durchschnitte gemacht werden, als in dem andern. Es stelle die Linie HE den halben Diameter eines Durchschnittes vor, so verhält sich der Durchschnitt des Cylinders, wie das Quadrat HE oder GC, der Durchschnitt der Kugel, wie das Quadrat GE, und der Durchschnitt des Kegels, wie das Quadrat FE oder EC (§. 165.). Denn, weil BC=HE, und GC=BC (§. 45.); so ist auch HE=BC (§. 29. *Arithm.*). Imgleichen, weil CD=AD (§. 22.); so ist auch EC=EF (§. 184.). Wenn man nun das Quadrat EC, das ist, den Durchschnitt des Kegels von dem Quadrate GC, das ist, dem Durchschnitte

schnitte des Cylinders, wegnimmt, so bleibt das Quadrat GE, das ist, der Durchschnitt der Kugel, übrig (§. 172.). Da nun dieses von allen Durchschnitten gilt; so folget, daß, wenn man den Inhalt des Kegels von dem Inhalte des Cylinders wegnimmt, der Inhalt der halben Kugel übrig bleibe. Derowegen weil der Kegel $\frac{1}{3}$ des Cylinders ist (§. 228.); so muß die halbe Kugel $\frac{2}{3}$ von demselben seyn, folglich auch die ganze Kugel $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, der noch einmal so groß ist, wie der vorige, das ist, mit ihr gleiche Höhe und Grundfläche hat. W. Z. E.

## Der 34. Lehrsatz.

232. Der Cubus Diametri verhält sich zu der Kugel beynahe, wie 300 zu 157.

## Beweis.

Wenn der Diameter der Kugel 100 ist, so hält der Cubus desselben 1000000 (§. 215.), und der Cylinder, der mit der Kugel eine Grundfläche und Höhe hat, 785000 (§. 221.). Und demnach ist der Inhalt der Kugel der dritte Theil von 1570000 (§. 231.). Solchergestalt verhält sich der Cubus zu der Kugel, wie 1000000 zu dem dritten Theile von 1570000, das ist, 3000000 zu 1570000 (§. 74. *Arithm.*): oder, wenn man beydes durch 10000 dividiret, wie 300 zu 157 (§. 75. *Arithm.*). W. Z. E.

## Anmerkung.

233. Ich sage, der Cubus Diametri verhalte sich zu der Kugel beynahe, wie 300 zu 157, weil man voraus setzet, der Diameter im Circul verhalte sich zu seiner Peripherie, wie 100 zu 314: welches nur beynahe zutrift (§. 163.).

Der

## Der 35. Lehrsatz.

234. Die Kugel ist einer Pyramide gleich, deren Grundfläche der ganzen Kugelfläche, die Höhe aber der Hälfte ihres Diametri gleichet.

### Beweis.

Man stelle sich vor, als wenn die Fläche der Kugel in so kleine Vierecke zertheilet sey, daß jedes von ihnen von einer ebenen Fläche nicht mehr merklich unterschieden ist. Man setze hinzu, daß aus dem Mittelpuncte der Kugel an ihre Ecken gerade Linien gezogen seyn. Alsdenn ist klar, daß die Kugel aus unzählich viel viereckichten Pyramiden bestehet, die im Mittelpuncte der Kugel mit ihren Spitzen zusammen stoßen, und deren Grundflächen zusammen der Kugelfläche gleich sind, die Höhen aber von dem halben Diametro der Kugel nicht merklich unterschieden. Derowegen wird die ganze Kugel mit Recht für eine Pyramide gehalten, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber der Hälfte ihres Diametri gleichet. W. Z. E.

## Der 36. Lehrsatz.

235. Die Kugelfläche verhält sich zu dem größten Circul der Kugel wie 4 zu 1.

### Beweis.

Weil der Inhalt der Kugel dem Inhalte einer Pyramide gleich ist, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber ihrem halben Diametro, gleichet (§. 234.); so kommt die Kugelfläche heraus, wenn man den körperlichen Inhalt der Kugel durch den dritten Theil des halben Diametri, oder den sechsten des ganzen dividiret (§. 229.).

Nun,

Nun, wenn der Diameter 100 ist, so ist der Inhalt des größten Circuls 7850 (§. 168.) der Inhalt aber der Kugel $\frac{1570000}{3}$ (§. 232.). Derowegen, wenn ihr diesen durch den sechsten Theil des Diametri $\frac{100}{6}$ dividiret, so kommt für die Kugelfläche 31400 (§. 87. *Arithm.*). Demnach verhält sich die Kugelfläche zu dem größten Circul der Kugel, wie 31400 zu 7850, das ist, wenn man beyderseits mit 7850 dividiret; wie 4 zu 1 (§. 75. *Arithm.*). W. Z. E.

## Zusatz.

236. Wenn der Diameter eines Circuls 100 ist, so ist die Peripherie 314 (§. 163.). Also kommt die Kugelfläche 31400 heraus, wenn man die Peripherie durch den Diametrum multipliciret. Derowegen ist dieselbe einem Rectangulo gleich, das zur Grundlinie die Peripherie des größten Circuls in der Kugel, zur Höhe aber ihren Diametrum hat (§. 151.).

## Die 73. Aufgabe.

237. **Aus dem gegebenen Diametro einer Kugel sowohl den Inhalt ihrer Fläche, als ihren körperlichen Inhalt zu finden.**

## Auflösung.

1. Suchet die Peripherie des größten Circuls (§. 166.).
2. Multipliciret sie durch den gegebenen Diametrum, so habt ihr die Kugelfläche (§. 236.).
3. So ihr nun ferner dieselbe durch den sechsten Theil des Diametri multipliciret, oder durch

den ganzen Diametrum, und das Product durch 6 dividiret; so kommt der körperliche Inhalt der Kugel heraus (§. 234. 229.).

Z. E. Es sey der Diameter 5600‴, so ist die Peripherie des größten Circuls 17584‴

| | |
|---|---|
| Diameter | 5600 |
| | 10550400 |
| | 87920 |
| Kugelfläche | 984704″ |
| Diameter | 560 |
| | 59082240 |
| | 4923520 |
| | 551434240″ |

| | | |
|---|---|---|
| x5 4 | | |
| 551434240 | $91905706\frac{2}{3}$″ | Inhalt der Kugel. |
| 66666666 | | |

## Die 74. Aufgabe.

238. **Aus dem gegebenen Diametro einer Kugel ihren körperlichen Inhalt noch auf eine andere Art zu finden.**

### Auflösung.

1. Suchet den Cubum des Diametri (§. 215.) oder in den Tabellen über die Cubiczahlen.
2. Suchet zu 300, 157 und dem gefundenen Cubo die vierte Proportionalzahl (§. 113. *Arithm.*). Diese ist der körperliche Inhalt der Kugel (§. 232.).

Z. E.

Z. E. Es sey der Diameter einer Kugel 64'', so ist dessen Cubus 262144'', folglich

300 — 157 — 262144''

```
  262144''
       157
  --------
  1835008
 1310720
 262144
  --------
 41156608,
```

```
12 222
41156608 | 137188'' 208/300 Inhalt der Kugel.
33333300 |
```

## Der 37. Lehrsatz.

239. Alle Prismata, imgleichen Parallelepipeda, Cylinder, Pyramiden und Kegel, wenn sie gleiche Höhen haben, verhalten sich, wie ihre Grundflächen: haben sie aber gleiche Grundflächen, so verhalten sie sich, wie ihre Höhen.

### Beweis.

Prismata, Parallelepipeda und Cylinder verhalten sich wie die Producte aus ihren Höhen in ihre Grundflächen (§. 220. 218. 221.); Pyramiden aber und Kegel wie die Producte aus dem dritten Theile ihrer Höhen in ihre Grundflächen (§. 229.): und also alle insgesamt, wenn ihre Höhen gleich sind, wie die Grundflächen; wenn aber die Grundflächen gleich sind, wie die Höhen (§. 74. *Arithm.*). W. Z. E.

### Zusatz.

240. Weil die Cylinder Circul zu ihren Grundflächen haben (§. 29.), die Circul aber sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum verhalten (§. 165.); so müssen auch die Cylinder von gleicher Höhe sich

wie

wie die Quadrate ihrer Diametrorum, oder der Diametrorum ihre Grundflächen verhalten.

## Der 38. Lehrsatz.

241. Die Kugeln verhalten sich gegen einander, wie die Cubi ihrer Diametrorum.

### Beweis.

Wie die eine Kugel zu dem Cubo ihres Diametri, so verhält sich auch die andere zu dem Cubo ihres Diametri, (§. 232.). Derowegen verhält sich auch die eine Kugel zu der andern, wie der Cubus des Diametri der einen zu dem Cubo des Diametri der andern (§. 111. *Arithm.*). W. Z. E.

## Die 75. Aufgabe.

242. Einen Visirstab zu verfertigen, durch den man leicht finden kann, wie viel Kannen von einer flüssigen Materie, als Bier, Wein, Brandwein u. s. w. in einem cylindrischen Gefässe enthalten sind, oder Raum haben.

### Auflösung.

1. Nehmet den Diameter von einem cylindrischen Gefäße, darein ein Kannenmaaß gehet, und traget ihn aus A in B. Es ist gut, wenn man dieses Gefäß weit und nicht hoch machet. Tab. XXII. Fig 147.
2. Richtet in A eine lange Perpendicularlinie auf, und traget aus A in 1 den Diameter des Kannengefäßes; so ist die Linie B 1 der Diameter von einem zweykannigen Gefäße, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.

3. Traget B 1 aus A in 2, so ist B 2 der Diameter eines dreykannigen Gefäßes, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.

4. Wenn ihr nun auf gleiche Art die Puncte 3, 4, 5, 6. u. s. w. gefunden habt, so traget dieselben auf die eine Seite des Visirstabes, auf die andere aber die Höhe der Kanne so vielmal, als es angehet. So ist geschehen, was man verlangte.

## Beweis.

Denn, wenn zwey cylindrische Gefäße einerley Höhe, und zwar die Höhe einer Kanne haben, so verhalten sie sich, wie die Quadrate ihrer Diametrorum (§. 240.). Daher ist das Quadrat des Diametri eines zweykannigen Gefäßes zwey, eines dreykannigen drey, eines vierkannigen viermal so groß, als eines einkannigen, u. s. w. Nun ist das Quadrat B 1 oder A 2 zweymal, das Quadrat B 3 oder A 4 viermal so groß, als das Quadrat AB oder A 1 (§. 172.), u. s. w. Da nun AB oder A 1 der Diameter eines einkannigen Gefäßes ist, so ist A 2 der Diameter eines zweykannigen, A 3 der Diameter eines dreykannigen, A 4 der Diameter eines vierkannigen u. s. w., die aber alle einerley Höhe haben. Derowegen, wenn ihr mit der Seite des Maaßstabes, da diese Eintheilungen aufgezeichnet sind, den Diameter eines cylindrischen Gefäßes ausmesset; so wisset ihr, wie viel Kannen auf dem Boden stehen können. Messet ihr nun ferner mit der andern Seite des Visirstabes, so wisset ihr, wie viel Kannen über einander stehen können. Derowegen, wenn ihr den Diameter durch die Höhe multipliciret; so kommt

die Anzahl der Kannen heraus, die das ganze Gefäß fassen kann. Und solchergestalt könnt ihr durch den verfertigten Visirstab den Inhalt eines cylindrischen Gefäßes nach Kannenmaaße finden. W. Z. E.

## Anmerkung.

243. Es sey z. E. der Diameter eines cylindrischen Gefässes 8, die Höhe 12; so haben 96 Kannen in demselben Raum.

## Die 76. Aufgabe.

244. **Ein gegebenes Faß zu visiren, das ist, zu finden, wie viel Kannen in demselben Raum haben.** Tab. XXIII. Fig. 148.

## Auflösung.

1. Messet mit der gehörigen Seite des Visirstabes den Diameter des Bogens AB, imgleichen den Diameter des Bauchs durch das Spundloch CD; dabey mit der andern Seite des Visirstabes die Länge des Fasses AE.

2. Weil das Faß mitten bey dem Spundloche einen Bauch hat, gegen den Boden aber beyderseits nieder gedruckt ist, so nimmt man an, (weil es vermöge der Erfahrung zutrift, ob es sich gleich nicht geometrisch erweisen läßt), daß das Faß einem Cylinder gleich sey, dessen Grundfläche der mittlere arithmetische Proportionalcircul zwischen dem kleinen Circul des Bodens, und dem großen des Bauchs ist. Suchet demnach zwischen dem großen Diametro CD, und dem kleinen AB die mittlere arithmetische Proportionalzahl (§. 107. *Arithm.*), und

3. Multipliciret sie durch die Länge des Fasses AE; so kommt, vermöge des Beweises der vorhergehenden Aufgabe (§. 242.), die Zahl der Kannen heraus, welche in dem Fasse Raum haben.

| | |
|---|---|
| Z. E. Es sey AB = | 8 |
| CD = | 12 |
| so ist die Summe = | 20, |
| die halbe Summe = | 10 |
| Es sey AE = | 15 so ist der |
| Inhalt des Fasses = | 150 Kannen. |

## Anmerkung.

245. Einige sehen das Faß, als einen aus zween abgekürzten Conis zusammen gesetzten Körper, an, und suchen demnach desselben Inhalt nach der 72 Aufgabe (§. 230.). Andere haben das Faß auf andere Arten der geometrischen Körper zu reduciren gesucht, wie aus des Wallisii Algebra cap. 81. f. 340, 350. Vol. 2. Oper. Mathem. zu sehen ist. Und Johannes Dougherty, ein Engelländer, hat in seinem General Gauger oder allgemeinen Visirer die Regeln der Geometrarum zum Gebrauche der Weinvisirer nach ihrem Begriffe eingerichtet. Allein, da die gemeine Methode ziemlich nahe zutrift, und man im gemeinen Leben nach der geometrischen Schärfe nicht zu fragen hat; so können wir es bey derselben bewenden lassen. Nur ist zu merken, daß man noch keine bequeme Manier ersonnen hat, Fässer, die nicht voll sind, zu visiren, wenn sie nach der Länge liegen. Will man sie aber auf den Boden setzen, und hernach die Höhe des Weins an statt der Länge des Fasses annehmen; so kann man nach gegenwärtiger Aufgabe finden, wie viel Kannen darinnen enthalten sind. Wollt ihr aber die Höhe des Weins wissen, wenn das Faß nach der Länge lieget, so stecket eine Röhre ABCD in das Zapfenloch, und merket, wie hoch der Wein in CD steiget: oder hänget einen Bleywurf durch das Spundloch hinein, bis er auf den Boden fallt, und merket, wie weit der Fa-

Tab. XXIII. Fig. 149.

den

den naß wird: beydes gehet auch mit einer kleinen Veränderung an, wenn das Faß aufgerichtet stehet.

## Die 77. Aufgabe.

246. Eines jeden irregulären Körpers Inhalt zu finden.

Tab. XXIV. Fig. 150.

### Auflösung.

1. Leget den Körper in ein ausgehöhltes Parallelepipedum, und übergiesset ihn mit Wasser, oder überschüttet ihn mit Sande. Merket dabey die Höhe des Wassers, oder des wohl geebneten Sandes AB.

2. Nehmet den Körper heraus, und merket abermal die Höhe des Wassers oder des Sandes, nachdem er wieder geebnet worden, AC; so wisset ihr BC.

3. Weil nun der Inhalt des Körpers dem Parallelepipedo DFCGE gleich ist, so messet desselben Länge FC und Breite CG, und suchet den Inhalt desselben (§. 218.).

Z. E. Es sey AB 8′, AC 5′, so ist BC 3′. Es sey ferner FC 12′, CG 4′: so wird endlich der Inhalt des Körpers 144′ gefunden.

### Anmerkung.

247. Man muß sich in dem Gefässe darnach richten, daß der Unterscheid der Höhe BC gar merklich wird, und daher es lieber hoch, als niedrig und weit machen, weil man sonst den Inhalt des Körpers nicht genau bestimmen kann. Wenn man den Körper in dergleichen Gefässe nicht wohl

legen kann, als wenn man zum Exempel eine feststehende Statue ausmessen sollte; so darf man nur entweder ein Parallelepipedum, oder ein viereckichtes Prisma um denselben aufrichten, den leeren Raum mit Sande ausfüllen, und im Uebrigen, wie vorhin, verfahren.

## Der 39. Lehrsatz.

248. Es sind nicht mehr als fünf reguläre Körper möglich.

### Beweis.

Ein regulärer Körper ist in lauter gleiche reguläre Figuren eingeschlossen, und zwar in Figuren von einerley Art (§. 39.). Die Winkel aber der Flächen, welche zusammen stoßen, müssen allezeit weniger, als 360 Grade, ausmachen. Denn, wenn sie 360 Grade ausmachen, liegen sie in einer ebenen Fläche neben einander, und schliessen also keinen Raum ein.

Nun ist der Winkel in einem regulären Dreyecke 60 Grade (§. 108.), und drey machen 180°, vier aber 240°, und fünfe 300°. Derowegen können drey, vier, oder fünf reguläre oder gleichseitige Triangel zusammen stoßen. Hingegen, weil sechs 360 Grade machen, so können sechs gleichseitige Triangel, wenn sie zusammen stoßen, keinen körperlichen Winkel machen: folglich noch weniger mehrere. Derowegen entstehen aus den gleichseitigen Triangeln nur drey reguläre Körper, nämlich das Tetraëdrum, welches in vier; das Octaëdrum, welches in achte, und das Icosaëdrum, welches in zwanzig gleichseitige Triangel eingeschlossen ist.

Tab. XXIV. Fig. 151. Fig. 153. Fig. 154.

Der

Der Winkel im Quadrate hält 90 Grade (§. 22. 56.). Darum können nicht mehr, als drey Quadrate in einem körperlichen Winkel, zusammen stoßen. Und daher entstehet das Hexaëdrum oder der Würfel. Tab. XXIV. Fig. 152.

Endlich, der Winkel im Fünfecke ist 108 Grade (§. 131.). Darum können nicht mehr, als drey Winkel in einem körperlichen Winkel zusammen kommen. Und daher entstehet das Dodecaëdrum, welches in 12 reguläre Fünfecke eingeschlossen ist. Tab. XXIV. Fig. 155.

Im Sechsecke sind drey Winkel 360 Grade, und in allen übrigen regulären Figuren mehr als 360 Grade (§. 131.), und können solchergestalt aus ihnen keine reguläre Körper entstehen. Darum haben wir nicht mehr, als fünf reguläre Körper. W. Z. E.

## Die 78. Aufgabe.

249. Netze zu zeichnen, daraus man die geometrischen Körper zusammen legen kann.

## Auflösung.

1. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ABC (§. 74.): theilet die Seiten in zween gleiche Theile in D, E und F (§. 120.), und ziehet die Linien DE, EF und FD: so ist das Netz des Tetraëdri fertig (§. 248.). Tab. XXV. Fig. 156.

2. Wenn man die Seite AC in G, BC in H, und ED in L verlängert, bis CG = DC, CH = FC, DI = IL = ED; so lassen sich die Linien GL, Tab. XXV. Fig. 157.

CI und IH ziehen, und ist das Netz des Octaëdri fertig (§. 248.).

Tab. XXIV. Fig. 158. 3. Traget auf die Linie AB die Seite eines Würfels AI viermal, so, daß AI = IL = LN = NB, und construiret das Rectangulum ABCD dergestalt, daß AC = AI §. 139.). Ziehet die Linien IK, LM, NO mit AC parallel (§. 91.), und verlängert IK und LM beyderseits in E und F, in G und H, bis EI = IK = KF, und GL = LM = MH; so giebt sich das Netz des Hexaëdri oder des Würfels (§. 34.)

Tab. XXV. Fig. 159. 4. Beschreibet ein reguläres Fünfeck ABCDE (§. 132.), leget das Lineal an D und B, und ziehet die Linie BL; leget es gleichfalls an D und A, und ziehet die Linie AG; machet AG = AB = BL, und mit der Weite AB, aus G und L einen Durchschnitt in Q; so giebt sich das Fünfeck ABLQG. Auf gleiche Art hänget die übrigen Fünfecke BNROC, CHGFD, DKME, EVIA, imgleichen die übrigen sechse a, b, c, d, e, f daran: so ist das Netz des Dodecaëdri fertig (§. 248.).

Tab. XXV. Fig. 160. 5. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ACB (§. 74.); verlängert die Linie AB in D, und traget sie noch viermal darauf; ziehet CE mit AD parallel (§. 91.), und machet CI = IK = KL = LM = ME = AB; verlängert AC in N, bis CN = AC; leget das Lineal an B und I, F und K, G und L, H und M, D und E, und ziehet die Linien YO, SP, TQ, VR und XE; leget dasselbe ferner auf D und M, H und L, G und K, F und I, B und C,

und

und ziehet die Linien DQ, XP, VO, TN, SC; endlich machet MR=ME, und BY=BA, und ziehet die Linien RE und AY. Die beschriebene Figur ist das Netz des Icosaëdri (§. 248.).

6. Auf die Linie BD traget aus B in H die Breite, aus H in I die Länge, aus I in K die Breite, und aus K in D die Länge eines Parallelepipedi; in B richtet seine Höhe BA perpendicular auf, und beschreibet das Parallelogrammum BACD (§. 139.). Ziehet EH, FI, GK mit AB parallel (§. 91.), und verlängert EH beyderseits in L und N, imgleichen FI in M und O, bis LE, MF, IO und NH der Breite des Parallelepipedi BH gleich werden: so giebt sich das Netz des Parallelepipedi (§. 33.). Tab. XXV. Fig. 161.

7. Traget auf CF die Seiten der Grundfläche eines Prismatis CG, GH und HF; beschreibet das Rectangulum CAEF, dessen Höhe CA der Höhe des Prismatis gleich ist (§. 139.). Auf BD und GH construiret mit AB und DE, CG und FH die △△ BKD und GIH (§. 76.): so ist das Netz des Prismatis fertig (§. 20.). Wenn die Grundfläche ein Fünf- Sechs- Siebeneck ꝛc. ist; so wird auf BD und GH ein Fünf- Sechs- Siebeneck ꝛc. beschrieben (§. 132.). Tab. XXIV. Fig. 162.

8. Beschreibet aus A mit der Seite einer Pyramide AE einen Bogen EB; traget darein die Linien des Umfangs von der Grundfläche ED, DC, CB, und ziehet die Linien AE, AD, AC, AB. Endlich, beschreibet auf DC die Grundfläche der Pyramide: so ist das Netz fertig (§. 38.). Tab. XXV. Fig. 163.

Tab. XXV. Fig. 164. 9. Vor das Netz des Cylinders beschreibet an beyden Enden B und C der Linie BC, welche der Höhe des gegebenen Cylinders gleich ist, mit gleichen Diametris AB und CD zwey Circul (§. 12. 29.), und suchet die Peripherie derselben (§. 166.) Auf die Höhe des Cylinders BC setzet ein Rectangulum BCFE (§. 139.) so, daß die Linie CF der gefundenen Peripherie gleich sey (§. 166.). So ist geschehen, was man verlangte (§. 29.).

## Anmerkung.

250. Damit man die Körper aus den Netzen zusammen leimen kann, so lässet man einige Ränder, indem man sie ausschneidet, wie durch die puncticten Linien Fig. 156. ist angedeutet worden.

# ENDE der Geometrie.

# Anfangsgründe

der

# Trigonometrie.

# Vorrede.

Geehrter Leser!

Die Trigonometrie kommt einem Anfänger zwar ganz schlecht vor, und sollte er meynen, es wäre an ihrer Erkänntniß wenig, jagar nichts gelegen. Allein alle Verständige in der Mathematik wissen, daß wir der vortreflichsten Erfindungen würden beraubt werden, wenn man uns die Trigonometrie nehmen wollte. Wir wüßten nichts von der Größe der Sterne, ihrer Entfernung von der

Erde

Erde, ihrer Bewegung, den Sonn= und Mondsfinsternissen, der Größe der Erdkugel und andern unzähligen Dingen mehr, wenn wir nicht diese Wissenschaft hätten. Ihr habt demnach die Trigonometrie anzusehen, als eine Kunst, die verborgensten Dinge an das Tagslicht zu bringen. Derowegen erlernet dieselbe mit Fleiß, und erwartet mit Geduld, bis ihr in den folgenden Theilen der Mathematik, zum Theil auch aus diesen Anfangsgründen, ihren unaussprechlichen Nutzen erkennen lernet. Wenn euch aber der Glaube in die Hand kommen wird; so lernet inskünftige vorsichtiger von dem Nutzen der Sachen urtheilen.

# Anfangsgründe der Trigonometrie.

## Die 1. Erklärung.

1.

Die Trigonometrie ist eine Wissenschaft, aus dreyen gegebenen Theilen eines Triangels die übrigen drey zu finden, nämlich aus zwoen Seiten AB und AC und einem Winkel C, die übrigen beyden Winkel A und B nebst der Seite BC; aus zween Winkeln und einer Seite die übrigen Seiten; und aus dreyen Seiten die Winkel. Tab. I. Fig. 1.

## Die 2. Erklärung.

2. Die halbe Sehne AD eines Bogens AB heisset der SINUS des Bogens AE, imgleichen des Bogens AI, welche die Hälften der Bögen AEB und AIB sind. Tab. I. Fig. 2.

## Der 1. Zusatz.

3. Derowegen stehet der Sinus eines Bogens AD auf dem Radio des Circuls EC perpendicular (§. 125. *Geom.*): und also sind die Sinus verschiedener Bögen mit einander parallel (§. 106. *Geom.*).

## Der 2. Zusatz.

4. Weil der Bogen AE das Maaß des Winkels ACE, und der Bogen AI das Maaß des Winkels ACI ist (§. 17. *Geom.*); so ist auch AD der Sinus derselben Winkel.

Der

## Der 3. Zusatz.

Tab. I. Fig. 8. 5. Und also haben zween Winkel ACE und ACI, die neben einander auf einer Linie EI stehen, einerley Sinum AD.

## Die 3. Erklärung.

6. Die Linie EF, welche auf dem Ende des Radii EC perpendicular aufgerichtet wird, heisset des Bogens AE, und folglich des Winkels ECA, TANGENS; FC aber desselben Bogens und Winkels SECANS.

## Die 4. Erklärung.

7. Hingegen ED wird sein SINUS VERSUS, und AG (= DC) der Sinus des Bogens AH, welcher mit EA 90 Grade machet, der SINUS COMPLEMENTI, oder auch COSINUS genennet. Eben dieses Bogens AH Tangens HK wird der TANGENS COMPLEMENTI, oder COTANGENS; der Secans aber KC desselben Bogens der SECANS COMPLEMENTI oder COSECANS genennet.

## Die 5. Erklärung.

8. Endlich der RADIUS EC heisset der SINUS TOTUS.

## Zusatz.

9. Weil der Radius EC der Sinus des Quadranten EH ist; so ist der Sinus totus der Sinus eines rechten Winkels (§. 56. *Geom.*).

Der

## Der 1. Lehrsatz.

10. Die Sinus ähnlicher Bögen BC und EF haben gegen ihre Radios BA und ED einerley Verhältniß. Tab. I. Fig. 3.

## Beweis.

Wenn die Bögen BG und EH einander ähnlich sind, so hat jeder gleich viel Grade (§. 46. *Geom.*), und also sind die Winkel A und D einander gleich (§. 17. 54. *Geom.*). Nun sind bey C und F rechte Winkel (§. 3.). Derowegen ist: wie der Radius AB zum Sinu BC, so der Radius ED zum Sinu EF (§. 183. *Geom.*). W. Z. E.

## Anmerkung.

11. Daher hat man dem Sinui toti in einem jeden Circul insgemein 10000000 Theile zugeeignet, und durch Hülfe der Geometrie ausgerechnet, wie viel derselben der Sinus und Tangens von jedem Grade, ja einer jeden Minute, durch den ganzen Quadranten bekommt. Und solchergestalt sind die Tabulæ Sinuum und Tangentium entstanden, welche man in der Trigonometrie nöthig hat: wie in folgenden Aufgaben umständlicher gezeiget wird.

## Die 1. Aufgabe.

12. Aus dem gegebenen Sinu AD eines Bogens AE den Sinum Complementi DC oder AG zu finden. Tab. I. Fig. 2.

## Auflösung.

1. Ziehet das Quadrat des gegebenen Sinus AD von dem Quadrate des Sinus totius AC ab, so bleibt das Quadrat des Sinus Complementi DC übrig (§. 172. *Geom.*).
2. Aus diesem ziehet die Quadratwurzel (§. 97. *Arithm.*), so kommt der Sinus Complementi DC oder AG heraus.

## Die 2. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 4. 13. Aus dem gegebenen Sinu AD eines Bogens AE und dem Sinu Complementi DC den Sinum AM des halben Bogens AL zu finden.

### Auflösung.

1. Ziehet den Sinum Complementi DC von dem Sinu toto EC ab, so bleibet der Sinus Versus ED übrig.
2. Das Quadrat desselben addiret zu dem Quadrate des gegebenen Sinus AD, so kommt das Quadrat der Sehne AE heraus (§. 172. *Geom.*).
3. Hieraus ziehet die Quadratwurzel (§. 97. *Arithm.*): so habt ihr die Sehne AE.
4. Endlich halbiret dieselbe: so bekommt ihr AM den Sinum des verlangten Bogens AL (§. 2.).

## Die 3. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 5. 14. Aus dem gegebenen Sinu BG und Cosinu GC eines Bogens FB den Sinum DE des doppelten Bogens DFB zu finden.

### Auflösung.

In den Triangeln CGB und DEB sind die Winkel bey E und G rechte Winkel (§. 3.), und der Winkel B ist beyden Triangeln gemein. Derowegen ist auch: wie der Sinus totus CB zu GC dem Sinu Complementi des Bogens FB, so der doppelte Sinus dieses Bogens DB zu dem verlangten Sinu DE des doppelten Bogens DFB (§. 183. *Geom.*). Da nun die ersten drey gegeben sind, so könnet ihr den vierten durch die Regel Detri (§. 113. *Arithm.*) finden.

## Die 4. Aufgabe.

15. Aus zween gegebenen Sinibus FG und DE zweener Bogen FA und DA, deren Unterscheid DF nicht über 45 Minuten ist, den Sinum IL eines Bogens IA, der zwischen sie fällt, zu finden. Tab. I. Fig. 6.

## Auflösung.

1. Suchet zu dem Bogen DF, IF und dem Unterscheide der gegebenen Sinuum DH die vierte Proportionalzahl (§. 113. *Arithm.*).
2. Dieselbe addiret zu dem kleinen der gegebenen Sinuum FG, so kommt der Sinus IL heraus.

## Beweis.

Weil der Bogen DF nur etliche wenige Minuten hat, so kann man ihn für eine gerade Linie halten. Da nun IL mit DE parallel ist (§. 3.); so ist: wie DF der Unterscheid der Bögen, derer Sinus gegeben werden, zu DH dem Unterscheide der gegebenen Sinuum; also IF der Unterscheid des Bogens FA, zu welchem der kleine gegebene Sinus gehöret, von dem Bogen IA, dessen Sinus verlanget wird, zu dem Unterscheide IK zwischen dem kleinen gegebenen Sinu FG und dem gesuchten IL (§. 184. *Geom.*). Derowegen, wenn ihr IK zu FG addiret, so muß nothwendig der verlangte Sinus IL heraus kommen (§. 15. *Arithm.*). W. Z. E.

## Die 5. Aufgabe.

16. Einiger Bögen Sinus ohne die vorhergehenden Aufgaben zu finden.

## Auflösung.

1. Weil die Seite des Sechsecks, oder die Sehne von 60 Graden, dem Radio oder Sinui toti gleich ist (§. 135. *Geom.*): so dürfet ihr nur den Sinum totum halbiren, wenn ihr den Sinum von 30 Graden verlanget (§. 2.).

Tab. I. Fig. 7. 2. Weil die Seite des Vierecks AB die Sehne von 90 Graden, und ihr Quadrat denen beyden Quadraten BC und AC [das ist, da BC = AC (§. 45. *Geom.*) dem Quadrate BC zweymal genommen] gleich ist (§. 172. *Geom.*); so dupliret das Quadrat des Sinus totius, und ziehet aus dem Producte die Quadratwurzel (§. 97. *Arithm.*): alsdenn bekommt ihr die Sehne von 90°, deren Hälfte der Sinus von 45° ist.

## Anmerkung.

17. Aus diesen Sinibus kann man durch die vorhergehenden Aufgaben die übrigen finden, wie ich in meinen Element. Trigon. §. 25. ausführlich gezeiget habe, wenn man nur noch die Seite des regulären Fünfecks gefunden hat, wie in der Algebra angewiesen wird. Zwar hat man, um die Arbeit zu erleichtern, noch mehrere Aufgaben erdacht, die hin und wieder in den trigonometrischen Schriften zu finden sind: allein, da die Tabulæ Sinuum schon construiret sind, und wir weiter nichts, als die Möglichkeit ihrer Verfertigung zu zeigen, gesonnen sind; so halten wir es für unnöthig, ein Mehreres davon zu gedenken, und zeigen nur noch an, wie man die Tangentes und Secantes aus den Sinibus hat finden können.

## Die 6. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 2. 18. **Aus dem gegebenen Sinu eines Bogens AD den Tangentem FE zu finden.**

Auflö-

## Auflösung.

Weil bey D und E rechte Winkel sind (§. 3. 6.); so ist die Linie AD mit EF parallel (§. 106. *Geom.*), und demnach verhält sich der Sinus Complementi CD zu dem Sinu AD, wie der Sinus totus CE zu dem Tangente EF (§. 184. *Geom.*).

## Die 7. Aufgabe.

19. **Aus dem gegebenen Sinu eines Bogens AD den Secantem desselben FC zu finden.** Tab. I. Fig. 2.

## Auflösung.

Vermöge dessen, was bey der vorhergehenden Aufgabe ist erwiesen worden, verhält sich: wie der Sinus Complementi DC zum Sinu toto AC, so der Sinus totus EC zu dem Secante FC: und also kann man den letzteren durch die Regel Detri finden (§. 113. *Arithm.*).

## Anmerkung.

20. Weil die Sinus und Tangentes große Zahlen sind, welche das Multipliciren und Dividiren in der Trigonometrie sehr beschwerlich machen; so hat Johannes Nepper, ein Schottländischer Baron, und nach ihm Heinrich Brigge, ein Engelländer, gewisse Zahlen ersonnen, welche man an statt der ordentlichen Zahlen mit großem Vortheile in der Rechnung brauchen kann, indem sie das Multipliciren in das Addiren, und das Dividiren in das Subtrahiren verwandeln. Sie werden Logarithmi genennet, und sind nicht allein für alle Sinus und Tangentes, sondern auch für die gemeinen Zahlen von 1 bis 10000, zuweilen auch weiter in den gewöhnlichen Tabulis Sinuum und Tangentium zu finden. Von denselben müssen wir noch mit wenigem handeln.

## Die 6. Erklärung.

21. **Wenn eine Reihe Zahlen in geometrischer Proportion, und eine andere in arithme-**

tischer fortgehen; so heissen die in der letztern die LOGARITHMI der erstern.

## Anmerkung.

22. Es seyn die beyden Reihen Zahlen

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. | 256. | 512. |
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |

unter welchen die erstern in einer geometrischen, die andern in einer arithmetischen Proportion fortgehen; so ist 0 der Logarithmus von 1, 1 der Logarithmus von 2, 2 der Logarithmus von 4, 7 der Logarithmus von 128 u. s. w.

## Der 2. Lehrsatz.

23. Wenn der Logarithmus von Eins 0 ist, so ist der Logarithmus des Products gleich der Summe der Logarithmorum der in einander multiplicirten Zahlen.

## Beweis.

Weil sich verhält 1 zu der einen Zahl, wie die andere zu dem Producte (§. 21. *Arithm.*); so ist der Logarithmus des Products die vierte arithmetische Proportionalzahl zu den Logarithmis von 1 und den in einander multiplicirten Zahlen (§. 21.). Da nun der Logarithmus von Eins 0 ist; so ist der Logarithmus des Products die Summe aus den Logarithmis der in einander multiplicirten Zahlen (§. 108. *Arithm.*). W. Z. E.

## Anmerkung.

24. Z. E. 3 die Summe der Logarithmorum 1 und 2 ist der Logarithmus von dem Producte der beyden Zahlen 2 und 4. Wiederum 7 die Summe der Logarithmorum 2 und 5, imgleichen 4 und 3 ist der Logarithmus von 128 dem Producte aus den beyden Zahlen 4 und 32, imgleichen 8 und 16.

Der

## Der 1. Zusatz.

25. Weil in einem Quadrate die beyden Zahlen, welche in einander multipliciret werden, gleich sind (§. 88. *Arithm.*); so ist der Logarithmus des Quadrats dem Logarithmo der Wurzel, zweymal genommen, gleich (§. 23.).

## Anmerkung.

26. Also ist 4 der Logarithmus von der Quadratzahl 16 zweymal so groß, wie 2 der Logarithmus von der Wurzel 4; und 6 der Logarithmus von der Quadratzahl 64 ist zweymal so groß, wie 3 der Logarithmus von der Wurzel 8.

## Der 2. Zusatz.

27. Derowegen ist die Hälfte eines Logarithmi der Logarithmus der Wurzel aus der ihm zugehörigen Zahl.

## Anmerkung.

28. Also ist die Hälfte des Logarithmi 8 der Logarithmus der Wurzel 16 aus der Quadratzahl 256.

## Der 3. Zusatz.

29. Weil die drey Zahlen, durch derer Multiplication in einander eine Cubiczahl entstehet, einander gleich sind (§. 89. *Arithm.*); so ist der Logarithmus einer Cubiczahl dreymal so groß, wie der Logarithmus der Wurzel (§. 23.).

## Anmerkung.

30. Also ist 9. der Logarithmus von der Cubiczahl 512 dreymal so groß, als 3 der Logarithmus von der ihr zugehörigen Wurzel 8.

## Der 4. Zusatz.

31. Derowegen ist der Logarithmus der Cubicwurzel der dritte Theil des Logarithmi der Cubiczahl.

## Anmerkung.

32. Z. E. 2 der Logarithmus von 4 ist der dritte Theil des Logarithmi 6 von der Cubiczahl 64.

## Der 3. Lehrsatz.

33. **Wenn der Logarithmus von Eins 0 ist, so ist der Logarithmus des Quotienten der Unterscheid zwischen den Logarithmis der beyden Zahlen, die man durch einander dividiret.**

## Beweis.

Weil sich Eins zu dem Quotienten verhält, wie der Divisor zum Dividendo (§. 26. *Arithm.*); so ist der Logarithmus des Quotienten die vierte Proportionalzahl zu den Logarithmis des Divisoris, des Dividendi und Eins (§. 21.). Derowegen, da der Logarithmus von Eins 0 ist, so muß der Logarithmus des Quotienten der Unterscheid von den Logarithmis des Divisoris und Dividendi seyn (§. 108. *Arithm.*). W. Z. E.

## Zusatz.

34. Man findet also den Logarithmum von einem Bruche, wenn man den Logarithmum des Zählers von dem Logarithmo des Nenners abziehet, und vor das Ueberbliebene das Zeichen der Subtraction — setzet (§. 52. *Arithm.*).

## Die 1. Anmerkung.

35. Also ist 2 der Unterscheid zwischen 5 und 7 der Logarithmus des Quotienten 4, welcher heraus kommt, wenn man die dazu gehörigen Zahlen 128 und 32 durch einander dividiret. Imgleichen 5 die Differenz zwischen 3 und 8 ist der Logarithmus von 32 dem Quotienten, der heraus kommt, wenn man 256 durch 8 dividiret. Hingegen — 1, der Unterscheid zwischen 0 und 1 ist der Logarithmus von $\frac{1}{2}$.

Die

## Die 2. Anmerkung.

36. Hieraus erhellet, wie die Logarithmi das Multipliciren in Addiren, das Dividiren in Subtrahiren, die Ausziehung der Quadratwurzel in Halbiren und die Ausziehung der Cubicwurzel in das Dividiren durch 3 verwandeln.

## Die 8. Aufgabe.

37. Für eine jede Zahl den gehörigen Logarithmum zu finden.

## Auflösung.

1. Weil 1, 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. in einer geometrischen Proportion fortgehen, so kann man ihre Logarithmos nach Gefallen annehmen. Nehmet also dafür an 0. 00000000, 1. 00000000, 2. 00000000, 3. 00000000, 4.00000000 u. s. w.; damit ihr die Logarithmos der Zahlen, die zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000, u. s. w. fallen ohne Brüche finden könnet.
2. Nun ist zwar klar (§. 21.), daß für die Zahlen, welche zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000 und so weiter, fallen, keine Logarithmi genau können gefunden werden. Unterdessen lassen sich Logarithmi für Zahlen finden, die von ihnen um so einen kleinen Bruch unterschieden sind, als man nur verlanget, und daher in trigonometrischen Rechnungen, ohne einigen merklichen Fehler, für die Logarithmos derselben Zahlen selber können gehalten werden: welches sich am füglichsten in einem Exempel zeigen lässet. Wir wollen das gemeine Exempel behalten, welches man zu geben pflegt, weil es beschwerlich ist, ein neues zu rechnen und demnach setzen, man soll den Logarithmum von 9 fin-

9 finden. Suchet zwischen 1 und 10 mit sieben Nullen vermehret, die mittlere geometrische (§. 112. *Arithm.*), und zwischen ihren Logarithmis die mittlere arithmetische Proportionalzahl (§. 107. *Arithm.*); so habt ihr den Logarithmum von der Zahl C in beygesetzter Tafel. Hierauf suchet ferner die mittlere Proportionalzahl.

| | | |
|---|---|---|
| D | | B und C |
| E | | B und D |
| F | | B und E |
| G | | B und F |
| H | | G und F |
| I | | G und H |
| K | | H und I |
| L | | H und K |
| M | | H und L |
| N | | L und M |
| O | | M und N |
| P | | M und O |
| Q | zwischen | O und P |
| R | | P und Q |
| S | | P und R |
| T | | R und S |
| V | | S und T |
| X | | S und V |
| Y | | V und X |
| Z | | V und Y |
| a | | V und Z |
| b | | V und a |
| c | | a und b |
| d | | a und c |
| e | | c und d |

und jederzeit zwischen den zugehörigen Logarithmis die arithmetische mittlere Proportionalzahl; so be-

kommt ihr endlich nach vieler Arbeit 0.95424251 den Logarithmum vor eine Zahl, die etwas grösser ist, als 9, jedoch weniger als um $\frac{1}{100000000}$. Daher könnt ihr denselben vor den Logarithmum von 9 annehmen.

| | Mittlere Proportionalzahlen. | Logarithmi. |
|---|---|---|
| A | 1.0000000 | 0.00000000 |
| B | 10.0000000 | 1.00000000 |
| C | 3.1622777 | 0.50000000 |
| D | 5.6234132 | 0.75000000 |
| E | 7.4989421 | 0.87500000 |
| F | 8.6596432 | 0.93750000 |
| G | 9.3057204 | 0.96875000 |
| H | 8.9768713 | 0.95312500 |
| I | 9.1398170 | 0.96093750 |
| K | 9.0579777 | 0.95703125 |
| L | 9.0173333 | 0.95507812 |
| M | 8.9970796 | 0.95410156 |
| N | 9.0072008 | 0.95458984 |
| O | 9.0021388 | 0.95434570 |
| P | 8.9996088 | 0.95422363 |
| Q | 9.0008737 | 0.95428467 |
| R | 9.0002412 | 0.95425415 |
| S | 8.9999250 | 0.95421889 |
| T | 9.0000831 | 0.95424652 |
| V | 9.0000041 | 0.95424271 |
| X | 8.9999650 | 0.95424080 |
| Y | 8.9999845 | 0.95424217 |
| Z | 8.9999943 | 0.95424223 |
| a | 8.9999992 | 0.95424247 |
| b | 9.0000016 | 0.95424259 |
| c | 9.0000004 | 0.95424253 |
| d | 8.9999998 | 0.95424250 |
| e | 9.0000000 | 0.95424251 |

3. Ihr dürfet aber nicht aller Zahlen Logarithmos auf eine so mühsame Art suchen; sondern, wenn einige Zahlen aus Multiplication anderer, deren Logarithmos ihr schon habt, erwachsen, so dürfet ihr nur dieselben Logarithmos addiren (§. 23.). Kommen einige Zahlen heraus, wenn ihr andere, deren Logarithmos ihr bereits gefunden habt, durch einander dividiret; so dürfet ihr nur die erwähnten Logarithmos von einander subtrahiren (§. 33.) u. s. w. (§. 25. 27. 29. 31.). Z. E. Wenn ihr den Logarithmum von 9 halbiret, so kommt 0. 47712125 der Logarithmus von 3, weil 9 das Quadrat von 3 ist (§. 27.).

## Die 9. Aufgabe.

38. Den Logarithmum für einen gegebenen Sinum zu finden.

### Auflösung.

Wenn die logarithmischen Tafeln auf so große Zahlen ausgerechnet wären, als die Sinus sind; so dürftet ihr nur die ihnen zugehörigen Logarithmos aus denselben ausschreiben. Allein, weil sie insgemein nur bis 10000, und in den allergrössesten in des Heinrichs Briggs Arithmetica Logarithmica bis 100000 gehen; so könnt ihr dieses nicht practiciren. Nun liessen sie sich zwar auch nach der vorhergehenden Aufgabe finden: allein die Mühe und Arbeit wäre fast unüberwindlich Derowegen bedienet man sich folgender Manier, die zwar in der geometrischen Schärfe nicht eintrift, doch, wenn man sich insonderheit der grossen Tafeln bedienet, nahe genug der Warheit tritt.

1. Schneidet zur Linken 4 oder 5 Ziffern ab, und suchet ihren Logarithmum in den Tafeln.
2. Vermehret die erste Zahl mit so viel Einheiten, als zur Rechten Zahlen übrig bleiben.
3. Ziehet den ausgeschriebenen Logarithmum von dem nächst folgenden in den Tafeln ab.
4. Sprechet: wie die Differenz der Zahlen, zu welchen beyde gedachte Logarithmi gehören, zu der Differenz der Logarithmorum; also die überbliebenen Zahlen zu der logarithmischen Differenz, die ihr suchet, und durch die Regel Detri finden könnet.
5. So bald ihr selbige gefunden, addiret sie zu dem ausgeschriebenen Logarithmo: die Summe ist der verlangte Logarithmus.

Z. E. Man soll den Logarithmum Sinus von 25 Graden suchen. Dieser ist in den gewöhnlichen Tabulis Sinuum 4226183. Schneidet die ersten vier Ziffern zur Lincken 4226 ab, und weil 3 übrig verbleiben, so vermehret ihren Logarithmum 3.6259295 in der Characteristica oder ersten Zahl 3 um 3; so ist 6.6259295 der Logarith. von 4226000. Da nun die Differenz zwischen den Logarithmis von 4226 und 4227, welche beyden Zahlen um 1 von einander unterschieden, und also auch von 4226000 und 4227000, deren Unterscheid 1000 ist, 1027 gefunden wird, so sprechet:

$$1000 : 1027 = 183$$

$$\begin{array}{r} 183 \\ \hline 3081 \\ 8216\phantom{0} \\ 1027\phantom{00} \\ \hline 187941 \end{array}$$

und

und ihr bekommt die logarithmische Differenz 188, welche zu dem Logarithmo 6.6259295 addiret, den Logarithmum Sinus von 25 Graden 6.6259483 bringt: ausser, daß noch die Characteristica 6 in 9 verwandelt werden muß, weil die Sinus in dem großen Canone des Pitisci, davor die Logarithmi gesucht werden, aus größern Zahlen bestehen, als in den gemeinen Tafeln. Solchergestalt ist der verlangte Logarithmus Sinus 9.6259483.

## Zusatz.

39. Weil die Sinus nichts anders sind, als große Zahlen, derer Logarithmi in den Tafeln nicht stehen; so ist klar, daß man auf eben solche Weise die Logarithmos für größere Zahlen finden kann, als in den Tafeln stehen.

## Anmerkung.

40. Unerachtet man die Sinus nach einem grossen Radio gesucht hat, damit man sie desto genauer finden möchte; so wird doch der Sinus Totus in den gemeinen Tafeln, um Weitläuftigkeit in der Rechnung zu vermeiden, nur 10000000 angenommen, damit auch von den Sinibus hinten einige Zahlen wegbleiben können. Unterdessen behält doch der Logarithmus seine zu dem großen Sinu gehörige Characteristicam; Denn die erste Zahl des Logarithmi wird die Characteristica genennet, weil man daraus siehet, zwischen welche Hauptzahlen der Logarithmus fällt. Nämlich, wenn sie 0 ist, fällt er zwischen 1 und 10; ist sie 1, zwischen 10 und 100; ist sie 2, zwischen 100 und 1000, u. s. w. (§. 37.).

## Die 10. Aufgabe.

41. Den Logarithmum eines Tangentis zu finden.

## Auflösung.

1. Addiret die Logarithmos des Sinus und Sinus totius.

2. Von

2. Von der Summe ziehet den Logarithmum Sinus Complementi ab, so bleibt der Logarithmus Tangentis übrig (§. 18. 23. 33.).

3. E. Ihr suchet den Logarithmum Tangentis von 23 Graden. Addiret

| | |
|---|---|
| Logar. Sin. 23° | 9.5918780 |
| Logar. Sin. tot. | 10.0000000 |
| Von der Summe | 19.5918780 |
| Ziehet den Logar. Sin. compl. | 9.9640261 ab, |
| so bleibt übrig Log. Tang. | 9.6278519. |

## Die 11. Aufgabe.

42. Den Logarithmum eines Secantis zu finden.

### Auflösung.

1. Dupliret den Logarithmum des Sinus totius.
2. Von dem, was heraus kommt, ziehet den Logarithmum Sinus Complementi ab, so bleibt der Logarithmus Secantis übrig (§. 19. 23. 33.).
3. E. Ihr suchet den Logarithmum Secantis von 23°, so geschiehet es also:

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 10.0000000 |
| | 2 |
| | 20.0000000 |
| Log. Sin. Compl. | 9.9640261 |
| Log. Secant. | 10.0359739. |

## Der 4. Lehrsatz.

43. In einem jeden Triangel ABC verhalten sich die Seiten, wie die Sinus der ihnen entgegen stehenden Winkel. Tab. I. Fig. 8.

Beweis.

## Beweis.

Man gedenke sich, es sey der Triangel ABC in einem Circul geschrieben, welches jederzeit geschehen kann (§. 127. *Geom.*). So ist der halbe Bogen AB das Maaß des Winkels C (§. 113. *Geom.*), und also die halbe Seite AB desselben Sinus (§. 2.) Eben so ist der halbe Bogen AC das Maaß des Winkels B, und daher die halbe Seite AC der Sinus des Winkels B. Derowegen verhält sich: wie die Seite AB zu dem Sinu des ihr entgegen gesetzten Winkels C, also die Seite AC zu dem Sinu des ihr entgegen stehenden Winkels B (§. 75. *Arithm.*). W. Z. E.

## Die 12. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 9. 44. Aus der gegebenen Seite AB, und zween Winkeln A und C, die Seite BC zu finden.

## Auflösung.

Sprechet (§. 43.):
Wie der Sinus des Winkels C
zu der ihm entgegen gesetzten Seite AB,
So der Sinus des Winkels A
zu der ihm entgegen stehenden Seite BC.

Z. E. Es sey C=48° 35′, A=57° 29′, AB=74′; so verfahret ihr mit den Logarithmis folgendergestalt:

| | |
|---|---|
| Log. Sin. C | 9.8750142 |
| Log. AB | 1.8692317 |
| Log. Sin. A | 9.9259487 |
| Summe | 11.7951804 |
| Log. BC | 1.9201662, |

zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von 83 am nächsten kommt.

Die

## Die 1. Anmerkung.

45. Wollet ihr mit den 83 Schuhen nicht zufrieden seyn, sondern noch Zolle dazu haben, so suchet diesen Logarithmum unter der Characteristica 2 hinter 820 auf. Alsdenn werdet ihr finden, daß der Logarithmus von 832 ihm am allernächsten kommt, und also über 3 Schuhe noch 2 Zolle sind. Ja wollt ihr gar Linien haben, so suchet euren Logarithmum noch einmal unter der Characteristica 3 hinter 8320 auf, so findet ihr, daß der Logarithmus von 8321 ihm am nächsten kommt, und also die Seite BC 8° 3′ 2″ 1‴ sey. Und solchergestalt müsset ihr allezeit verfahren, wenn der Logarithmus einer Seite unter seiner Characteristica nicht vollkommen zu finden ist.

## Die 2. Anmerkung.

46. Weil die Auflösung der Aufgabe durch die Regel Detri geschiehet (§. 113. *Arithm.*), und daher der Sinus A mit der Seite AB multipliciret, das Product aber durch den Sinum des Winkels C dividiret werden sollte; so ist klar, daß man den Logarithmum von AB zu dem Logarithmo des Sinus A addiren, und von der Summe den Logarithmum des Sinus C abziehen muß (§. 35.).

## Die 13. Aufgabe.

47. **Aus zwoen gegebenen Seiten AB und BC und einem Winkel C, der einer von ihnen entgegen stehet die übrigen Winkel zu finden.** Tab. I. Fig. 9.

## Auflösung.

I. Sprechet (§. 42.):
Wie die Seite AB
zu dem Sinu des entgegen stehenden Winkels C,
So die Seite BC
zu dem Sinu des entgegen stehenden Winkels A.

Z. E. Es sey AB=82′, BC=75′, C 64°33′. Verfahret also:

| | | |
|---|---|---|
| Log. AB | 1.9138138 | |
| Log. Sin. C | 9.9556688 | |
| Log. BC | 1.8750613 | |
| Summe | 11.8307301 | |

Log. Sin. A 9.9169163, zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von 55°40′ am nächsten kommt.

II. Wenn die gegebene Seite CB oder CG, welche einem gegebenen Winkel A entgegen gesetzt ist, kleiner ist, als eine andere gegebene AC; so kann der Winkel B oder G, den man suchet, so wohl ein spitziger, als stumpfer seyn, und also muß man wissen, ob der gegebene Triangel spitz- oder stumpfwinklicht ist, und nimmt man in dem andern Falle des gefundenen spitzigen Complement zu zween rechten Winkeln (§. 5.).

III. Gleichwie auch in dem Falle, wenn der stumpfe Winkel G gegeben wird, an dessen statt der Sinus des Nebenwinkels genommen wird, der mit ihm 180° machet (§. *cit.*).

## Die 1. Anmerkung.

48. Seyd ihr mit 54°40′ nicht zufrieden, so könnet ihr noch Secunden dazu suchen. Ziehet nämlich von eurem

| | | |
|---|---|---|
| Logarithmo. | 9.9169163 | |
| den nächst kleinern | 9.9168593 | ab, und merket |
| die erstere Differenz | 570. | |
| Imgleichen von dem nächst größern | 9.9169455 | |
| den nächst kleinern | 9.9168593, | und merket |
| die andere Differenz | 862. | |

Sprechet:

Sprechet: 862 geben 60″, wie viel geben 570′

```
                                   570'
                                    60
                                 ------
    34200 (39"                   34200,
862) 2586
    -----
     8340
     7758
    -----
      582.
```

So bekommt ihr noch 39″, und also ist der Winkel A 55° 40′ 39″.

## Die 2. Anmerkung.

49. Wenn ihr zween Winkel A und C habt, so könnet ihr den dritten durch die Geometrie finden (§. 104. *Geom.*): wie aus beygefügtem Exempel zu ersehen ist:

| | | | |
|---|---|---|---|
| C | 64° | 33′ | 0″ |
| A | 55 | 40 | 39 |
| A + C | 120 | 13 | 39 |
| A + C + B | 179 | 59 | 60 |
| B | 59° | 46′ | 21″. |

## Die 14. Aufgabe.

50. Aus zwoen Seiten AB und BC, die in Tab. II.
einem rechtwinklichten Triangel den rechten Win- Fig. 10.
kel B einschliessen, die Winkel zu finden.

## Auflösung.

Nehmet BC für den Sinum Totum an, so ist AB der Tangens des Winkels C (§. 6.). Sprechet demnach:

Wie die Seite BC
zu der Seite AB;
So verhält sich der Sinus Totus
zu dem Tangente des Winkels C.

3. E. Es sey BC 79′, AB 54′; so geschiehet die Rechnung also:

| | |
|---|---|
| Log. BC | 1. 8 9 7 6 2 7 1 |
| Log. AB | 1. 7 3 2 3 9 3 8 |
| Log. Sin. tot. | 1 0. 0 0 0 0 0 0 0 |
| Log. Tang. C | 9. 8 3 4 7 6 6 7 |

welchem in den Tafeln am nächsten kommt der Logarithmus Tangentis von 34° 21′. Demnach ist der Winkel C 34° 21′, der Winkel A aber 55° 39′ (§. 102. *Geom.*).

## Lehnsatz.

51. **Wenn man zu der halben Summe zwoer Zahlen oder Größen die halbe Differenz addiret, so kommt die grössere von ihnen heraus: subtrahiret man aber dieselbe von ihr, so bleibt die kleinere übrig.**

## Beweis.

Die große Zahl bestehet aus der kleinern und ihrer Differenz von der großen, und also der kleinern zweymal genommen. Da nun die halbe Summe aus der kleinern und der halben Differenz bestehet; so kommt die grosse heraus, wenn man die halbe Differenz dazu addiret; hingegen bleibt die kleine übrig, wenn man sie subtrahiret. W. Z. E.

## Die 15. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 11. 52. **Aus zwoen gegebenen Seiten eines Triangels AC und CB, nebst dem Winkel C, den sie einschliessen die übrigen Winkel zu finden.**

## Auflösung.

1. Sprechet.

Wie die Summe der beyden Seiten AC und CB zu ihrer Differenz;

So

So der Tangens der halben Summe der beyden gesuchten Winkel A und B
zu dem Tangente der halben Differenz derselben.

2. Addiret diese halbe Differenz zu der halben Summe, so habt ihr den Winkel B, welcher der größten von den gegebenen Seiten entgegen gesetzt ist. Subtrahiret sie von derselben, so bleibt der Winkel A übrig (§. 51.).

Z. E. Es sey AC 75′, BC 58′, C 108° 24′; so geschiehet die Rechnung folgender maßen:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| AC | 75′ | AC | 75′ | A + B + C | 179° 60′ |
| BC | 58 | BC | 58 | C | 108 24′ |
| AC + BC | 133′ | AC — BC | 17′ | A + B | 71° 36′ |
| | | | | $\frac{1}{2}$(A + B) | 35 48 |

| | |
|---|---|
| Log. AC + BC | 2.1238516 |
| Log. AC — BC | 1.2304489 |
| Log. Tang. $\frac{1}{2}$(A + B) | 9.8580694 |
| Summe | 11.0885183 |
| Log. Tang. $\frac{1}{2}$(A — B) | 8.9646667′, |

dem in den Tafeln der Logarithmus Tangentis von 5° 16′ am nächsten kommt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$(A + B) | 35° 48′ | $\frac{1}{2}$(A + B) | 35° 48′ |
| | 5 16 | | 5 16 |
| B | 41° 4′, | A | 30° 32′ |

## Beweis.

Verlängert die Seite AC in D, bis CD = BC, und machet CE = CB; so ist DA die Summe, EA die Differenz der beyden Seiten CB und CA, und DBE ein rechter Winkel (§. 115. *Geom.*). Man ziehe AG mit EB parallel: so ist bey G auch ein rechter Winkel (§. 106. 20. *Geom.*), und GAD = BED (§. 97.

97. *Geom.*), imgleichen GB der Tangens des Winkels GAB, und GD der Tangens des Winkels GAD (§. 6). Nun ist DCB=CBA+CAB (§. 101. *Geom.*)=CBE+CEB (§. *cit.*)=2 CEB (§. 107. *Geom.*), und also CBE oder BED, imgleichen GAD die halbe Summe der gesuchten Winkel CBA und CAB, folglich BAG die halbe Differenz (§. 5.). Derowegen verhält sich: wie DA die Summe der beyden Seiten zu EA ihrer Differenz, also DG der Tangens der halben Summe der gesuchten Winkel zu BG dem Tangente ihrer halben Differenz (§. 184. *Geom.*). W. Z. E.

## Die 16. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 12. 53. **Aus dreyen gegebenen Seiten eines Triangels die Winkel zu finden.**

## Auflösung.

1. Beschreibet aus der Spitze des Triangels A mit der kleinen Seite AB einen Circul, so ist CD [weil AB=AD (§. 44. *Geom.*)] die Summe zwoer Seiten, FC ihre Differenz.
2. Sprechet: wie die Grundlinie des Triangels BC zu DC der Summe der beyden Seiten AB+AC So ihre Differenz FC zu dem Stücke der Grundlinie GC.
3. Ziehet GC von der Grundlinie BC ab, so bleibt BG übrig.
4. Lasset aus A einen Perpendicul AE auf BG fallen; so ist BE=$\frac{1}{2}$ BG (§. 125. *Geom.*), und ihr könnet aus den beyden Seiten AB und BE in dem rechtwinklichten Triangel ABE die Winkel B und A; und in dem andern AEC aus den beyden Seiten AC und EC die Winkel C und A (§. 47.) finden.

Z. E.

Z. E. Es sey AB = 36′, AC = 45′, BC = 40′. Die Rechnung geschiehet folgender maßen:

| | |
|---|---|
| AB 36′ | AC 45′ |
| AC 45 | AB 36 |
| AB + AC = 81′ | FC = 9′ |

| | |
|---|---|
| Log. BC | 1.6020600 |
| Log. AB + AC | 1.9084850 |
| Log. FC | 0.9542425 |
| Summe | 2.8627275 |
| Log. GC | 1.2606675, wel- |

chem in den Tafeln der Logarithmus von 18 am nächsten kommt. Wenn man aber weiter nachsuchet (§. 45.); so findet man endlich GC 1822‴.

| | |
|---|---|
| BC 4000‴ | EG 1089‴ |
| GC 1822 | GC 1822 |
| BG 2178‴ | EC 2911‴ |
| BE 1089‴ | |

| | |
|---|---|
| Log. AB | 3.5563025 |
| Log. Sin. tot. | 10.0000000 |
| Log. EB | 3.0370279 |
| Log. Sin. EAB | 9.4807254, welchem |

in den Tafeln der Logarithmus von 17° 36′ am nächsten kommt. Und also ist B 72° 24′.

| | |
|---|---|
| Log. AC | 3.6532125 |
| Log. Sin. tot. | 10.0000000 |
| Log. EC | 3.4640422 |
| Log. Sin. EAC | 9.8108297, welchem |

in den Tafeln der Logarithmus von 40° 19′ am nächsten kommt. Und also ist der Winkel C 49° 41′.

Solchergestalt sind in dem Triangel ABC der Winkel A 57° 55′, B 72° 24′, und C 49° 41′.

## Beweis.

Tab. II. Fig. 13. Es ist weiter nichts zu erweisen, als daß sich CB zu CD, wie CF zu CG verhält: welches auf folgende Weise geschiehet.

Da y zu seinem Maaße den halben Bogen GFD, und x zu seinem den halben GBD hat (§. 113. *Geom.*); so ist $x + y = 180°$ (§. 15. 17. *Geom.*). Nun ist auch $x + o = 180°$ (§. 59. *Geom.*). Derowegen ist $o = y$ (§. 32. *Arithm.*). Da ferner der Winkel C den beyden Triangeln CGF und CBD gemein ist; so ist CB : CD = CF : CG (§. 183. *Geom.*). W. Z. E.

### Die 1. Anmerkung.

Tab. II. Fig. 12. 54. Weil BE und EC in Linien gegeben sind, so muß man auch in der Rechnung an statt 36′ für AB 3600‴, und an statt 45′ für AC 4500‴ annehmen.

### Die 2. Anmerkung.

55. Wir wollen noch mit wenigem den Nutzen der Trigonometrie in Auflösung einiger geometrischen Aufgaben zeigen.

---

## Anhang.

### Die 1. Aufgabe.

Tab. III. Fig. 15. 56. **Eine Höhe AB (z. E. eines Thurms) zu messen, zu der man aus einem angenommenen Stande E kommen kann.**

### Auflösung.

1. Messet den Winkel ADC (§. 64. *Geom.*) und die Linie BE (§. 65. *Geom.*).
2. So wisset ihr auch den Winkel A, weil bey C ein rechter Winkel ist (§. 102. *Geom.*).

3. Su=

3. Suchet alsdenn die Linie AC (§. 44.) und
4. Addiret dazu die Höhe des Instruments DE (= BC, weil die Linien CD und BE parallel, und BC und ED auf BE perpendicular sind); so kommt die Höhe AB heraus. Wäre aber BE nicht horizontal, so müßte man das Stück BC besonders messen (§. 200. *Geom.*).

## Die 2. Aufgabe.

57. **Eine Höhe AB zu messen, zu der man nicht kommen kann.** Tab. III. Fig. 16.

## Auflösung.

1. Erwählet euch zween Stände in E und G, um so viel weiter von einander, je höher der Berg oder Thurm ist, den ihr messen wollet, und messet aus demselben die Winkel ADC und AFC (§. 64. *Geom.*).
2. Ziehet den Winkel ADC von AFC ab, so bleibt der Winkel FAD übrig (§. 101. *Geom.*).
3. Suchet aus den nunmehro bekannten Winkeln und der Seite FD in dem Triangel AFD die Seite AF; und
4. Aus dem Winkel F und der Seite AF in dem rechtwinklichten Triangel AFC die Seite AC (§. 44.).
5. Endlich addiret zu der Höhe AC die Höhe des Instruments DE, oder, wenn BC der Höhe des Instruments nicht gleich ist, suchet ferner FC, und endlich BC in dem Triangel FBC (§. 44.): so habt ihr die verlangte Höhe AB.

## Die 3. Aufgabe.

58. **Aus zweyen Fenstern E und F in verschiedenen Stockwerken eines Gebäudes eine** Tab. III. Fig. 17.

Höhe zu meßen, derer Spitze A man aus beyden Fenstern sehen kann.

### Auflösung.

1. Messet durch einen Bleywurf die Höhe des andern Fensters über dem erstern EF, und des erstern über der Erde FG (§. 65. *Geom.*) und aus den Fenstern die Winkel AEC und AFD (§. 64. *Geom.*).
2. Addiret den Winkel AEC zu 90°, so habt ihr den Winkel AEF; subtrahiret von 90° den Winkel AFD, so bleibt der Winkel AFE übrig.
3. Addiret die beyden Winkel AEF und AFE, und ziehet die Summe von 180° ab; so bleibt der Winkel EAF übrig. (§. 104. *Geom.*)
4. Suchet in dem Triangel AEF die Seite AF, und ferner
5. In dem Triangel AFD die Seite AD (§. 44.).
6. Endlich addiret dazu die Höhe des Fensters FG von der Erde; oder, wenn GB nicht horizontal ist, suchet DB besonders (§. 44.); so kommt die Höhe AB heraus.

### Die 4. Aufgabe.

Tab. IV. Fig. 18. 59. **Die Weite zweener Oerter, zu derer beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kann, zu messen.**

### Auflösung.

1. Messet den Winkel C (§. 64. *Geom.*), und die Linien AC und CB (§. 65. *Geom.*): so könnet ihr
2. Den Winkel A (§. 52.), und endlich die verlangte Weite AB (§. 44.) finden.

Die

## Die 5. Aufgabe.

60. Die Weite zweener Oerter AB, zu derer einem B man aus einem angenommenen Stande C nur kommen kann (z. E. die Breite eines Flusses), zu messen. Tab. IV. Fig. 19.

### Auflösung.

1. Messet die beyden Winkel B und C (§. 64. *Geom.*), und die Standlinie BC (§. 65. *Geom.*); so könnet ihr
2. Die verlangte Weite AB (§. 44.) finden.

## Die 6. Aufgabe.

61. Die Weite zweener Oerter AB, zu derer keinem man kommen kann, zu finden.

### Auflösung.

1. Erwählet drey Stände D, C und E in einer Linie, und messet die Winkel ADC, ACD, BCE und BEC (§. 64. *Geom.*). nebst den beyden Standlinien DC und CE (§. 65. *Geom.*). Tab. IV. Fig. 20.
2. Subtrahiret die beyden Winkel ADC und ACD, wiederum ACD, und BCE, und abermal BCE und BEC von 180°; so bleibt im ersten Falle der Winkel DAC, im andern der Winkel ACB, und im dritten der Winkel CBE übrig (§. 59. 104. *Geom.*). Alsdenn könnet ihr
3. Die Seiten AC und BC (§. 44.), und so ferner
4. Den Winkel CAB (§. 52.), und endlich die Seite AB (§. 44.). finden.

## Die 7. Aufgabe.

62. Es wird gegeben die Höhe AB und halbe Sehne BC eines Bogens FAC, man soll die Grösse des Bogens in Graden finden. Tab. II. Fig. 21.

Auflö-

## Auflösung.

1. Suchet Anfangs den Radium AD (§. 212. *Geom.*).
2. Weil euch nun in dem Triangel DBC ausser dem rechten Winkel B (§. 125. *Geom.*), die Seiten BC und DC bekannt sind; so könnet ihr (§. 47.) den Winkel BDC finden.
3. Da nun der Bogen AC das Maaß des gedachten Winkels ist (§. 17. *Geom.*); so dürfet ihr ihn nur dupliren, und es kommt die Grösse des verlangten Bogens FAC heraus.

## Anmerkung.

63. Dieser Aufgabe könnt ihr euch bedienen, wenn ihr in der 66 Aufgabe der Geometrie (§. 214.) den Abschnitt eines Circuls genau finden wollet. Denn dort haben wir den Winkel ADC nur mit dem Transporteur gemessen.

## Die 8. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 22. 64. **Die Verhältniß des Diametri eines Circuls zu seiner Peripherie zu finden.**

## Auflösung.

Wenn der Radius des Circuls CD 10000000 ist, so ist so wohl der Sinus AG, als Tangens ED des Bogens von einer Minute DA beynahe 2909, und also muß der Bogen AD, welcher sonst etwas grösser ist als AG, und kleiner als ED, gleichfalls beynahe 2909 seyn. Multipliciret 2909 durch 21600, das ist die Zahl der Minuten in der ganzen Peripherie: so ist das Product 62834400. Derowegen verhält sich der Diameter zu der Peripherie beynahe, wie 20000000 zu 62834400, das ist, (wenn man beyderseits mit 200000 dividiret), wie 100 : 314 (§. 75. *Arithm.*).

Die

## Die 9. Aufgabe.

65. **Einen geradelinichten Transporteur zu construiren.**

## Auflösung.

1. Aus den Tafeln der Sinuum schreibet die Sinus von 2° 30′, 5°, 7° 30′, 10°, 12° 30′ 2c. heraus, nämlich die in einer arithmetischen Progreßion fortgehen, da der Unterscheid der Gleider $2\frac{1}{2}$ Grad ist. Multipliciret sie durch 2; so kommen die Sehnen der Bögen von 5, 10, 15, 20, 25 2c. Graden heraus, wie beygesetztes Täflein zeiget. Tab. II. Fig. 14.

| Grade | Sehnen | Grade | Sehnen | Grade | Sehnen |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 87 | 35 | 601 | 65 | 1074 |
| 10 | 174 | 40 | 684 | 70 | 1147 |
| 15 | 261 | 45 | 765 | 75 | 1217 |
| 20 | 347 | 50 | 845 | 80 | 1285 |
| 25 | 432 | 55 | 923 | 85 | 1351 |
| 30 | 517 | 60 | 1000 | 90 | 1414 |

2. Ziehet eine gerade Linie AD, und richtet AB perpendicular darauf, die nach Belieben in 5, 10 2c. Theile getheilet werden kann, nachdem ihr entweder ganze, oder halbe Grade verlanget.
3. Durch alle Theilungspuncte ziehet mit AD Parallellinien (§. 91. *Geom.*).
4. Auf die Linie AD traget die Sehnen von 5, 15, 25, 35, 2c. Graden; auf BC aber von 10, 20, 30 2c. von einem subtilen verjüngten Maaßstabe (§. 193. *Geom.*).
5. Endlich ziehet die Linien B 5, 5. 10, 10. 15 2c.

Da

Da nun A 5, B 10 ꝛc. die Sehnen der Bögen von 5, 10 ꝛc. Graden sind, die Sehnen aber der Bögen von 5 zu 5 Graden, wenn sie klein sind, fast in eben der Proportion, wie die Bögen, zu nehmen; so ist bis 1 die Sehne von einem Grade, bis 3 von dreyen ꝛc. (§. 184. *Geom.*).

Tab. II. Fig. 22. Wenn man demnach mit B 60, als der Sehne von 60°, die dem Radio gleich ist, aus der Spitze des Winkels C einen Bogen ADB beschreibet; so zeiget seine Sehne AB auf dem Instrumente, wie viel Grade der Bogen hat. Will man aber den Winkel construiren; so trägt man die Sehne aus B in den Bogen, und ziehet den andern Schenkel des Winkels CA.

# ENDE

der

# Trigonometrie.

Register.

# Register.

## A.


Pag.

Abgekürzter Kegel, wie seyn Inhalt zu finden 201 seqq.
Abschnitt des Circuls, wie er auszurechnen . 191
Addiren Erklärung . . . . . 35
 Wie es geschehe . . . . 35
 Regeln für die ungenannten Zahlen 42 43
 Regeln für die genannten Zahlen . 49
 für die gebrochenen . . . . 67
 Probe . . . . . 44 45
 Zeichen . . . . . . 45
Aehnlichkeit was sie sey . . . . . 100
 der Circul . . . . . 103
 Figuren . . 111 165 seqq.
Aggregat . . . . . . 35
*Angulus acutus* spitzer Winkel . . . 104
 *obtusus* stumpfer Winkel . . . 104
 *rectus* rechter Winkel . . 104, 134
Anmerkungen . . . . . . 24
Arithmetische Proportional-Zahlen
 wie sie zu finden . . . 80 81
 Regeln davon . . . . . 80
 Verhältnisse . . . . . 61
 Progression . . . . . 63
Art zu zählen . . . . . . 39
*Astrolabium* Winkelmeßer . . . . 104
Aufgabe . . . . . . . 23
Aufhebung eines Bruchs . . . . 66
Aussage *Thesis* . . . . . 19 20
Ausschnitt des Circuls *Sector Circuli* . . 155
 zu finden . . . . . 155 159
Ausziehung der Wurzeln
 Erklärung . . . . . . 70


Re-

Pag.
Regeln . . . . . . 73 seqq
Probe . . . . . . 75 79
*Axiomata* Grundsätze . . . . . 14 seq

B

Bedingung Hypotesis . . . . . 18 19
Begriff . . . . . . . . . . . 6
welche in der Mathematik gelten . . 7
Beweis . . . . . . . . . 20 21
Bogen, wie er aus zurechnen . . . 251 seq.
*Boussole* Magnetkästlein . . . . 183 seq.
Breite des Flusses, wie sie zu messen . . 124
Bruch Erklärung . . . . . . . 65
wie er geschrieben wird . . . . 65
sein Werth . . . . . . 65
Veränderungen . . . . . 68
Rechnung . . . . . 67 seqq
Aufhebung . . . . . . 66
unter eine Benennung zu bringen . 66 67
Logarithmus . . . . . . 232
sein Zähler 65, sein Nenner 65

C.

*Centrum* . . . . . . . . . . 103
*Chorda* Sehne . . . . . . . 103
Eigenschaften . . . . . . 137
Circul Erklärung . . . . . . . 102
Eigenschaft . . . . . 102 155
seines Inhalts Verhältniß zum Quadrat seines Diametri . . . 156 157
Peripherie zu finden . . . . . 157
Diametrum zu finden . . . 158 159
Theilung in 2 Theile . . . . 138
Eintheilung seiner Peripherie . . 103
Ausrechnung des Inhalts . 156 158
Beschreibung . . . . 139 140
Circulbogen Eigenschaft . . . . . . 110
*Citationes* . . . . . . . 21 22
*Conus* Kegel Erklärung . . . . . 108
Eigenschaften . 108 198 208 seqq
Ausrechnung . . . . . 201
*Corollaria* Zusätze . . . . . 23 24
*Cosinus* sive sinus Complementi . . 224

*Cotan-*

Pag.

*Cotangens* sive Tangens Complementi . . 224
*Cosecans* sive Secans Complementi . . 224
**Cubikmaaß** . . . . . . . 193
**Cubikruthe, Schuh, Zoll, Linie** . . 193
**Cubikwurzel**, Erklärung . . . . 70
woraus die binomische bestehe . 75 76 77
wie sie auszuziehen . . . 77 78 79
ihr Logarithmus . . . . . 231
**Cubikzahlen** ihr Logarithmus . . . 231
*Cubus* Würfel Erklärung . . . . . 107
Eigenschaften . . . . 107 193
wie sein Inhalt auszurechnen . 191 192
**Cylinder** Erklärung . . . . 106 107
Eigenschaft . . 107 109 193 209
Ausrechnung . . . . . 197
Netze . . . . . . . 218

## D.

*Definitio* vid. Erklärung . . . .
*Demonstrationes* Beweise . . . 20 12
**Deutlicher Begriff** . . . . .
*Diagonal*-Linie . . . . 146 147 195
*Diameter* Durchmesser Erklärung . . . 103
Verhältniß zur Peripherie . . 155
des Circuls zufinden. . . 252 seq.
*Differenz* Unterscheid . . . . . 35
*Dividendus* . . . . . . . 37
*Dividiren* Erklärung . . . . 36 37
Regeln für die ganzen Zahlen 55 56 57 58
für die gebrochenen . . . 69 70
ohne das Einmal Eins . 58 59 60 61
Zeichen . . . . . . . 61
*Divisor* . . . . . . . . 37
*Dodecaëdrum* Erklärung . . . . . 215
Netze . . . . . 216
**Dreyeck** vid. Triangel . . . . .
**Dunkler Begriff** . . . . . . 6
**Durchmesser** vid. Diameter . . . .

## E.

**Einheit, was sie sey** . . . . 32 35 36
**Einmal Eins zu machen** . . . . 49 50

Pag.

Erfahrungen, was sie sind . . . . 15
ihre Beschaffenheit . . . 15 16
wenn man sie anführen muß . . 17
Erklärung Definitio . . . . . . 5
nominalis & realis . . . . 5 seq.
wie sie bey den Mathematicis beschaffen
sey . . . . . . . . 7
Erklärung der Wörter . . . . 6 8
wie sie zu finden . . . 8 9
ihre Möglichkeit . . . . 9
wenn sie zu untersuchen . . . 10
Erklärung der Sachen . . . 6 11
wie sie zu finden . . . . 11
ihre Möglichkeit zu untersuchen . . 13
wie sie in der Geometrie zu finden . 13
*Exponens rationis* Name der Verhältniß . 62 63

## F.

*Factores* . . . . . . . 36
*Factum* oder Product . . . . . 36
Fäßer, wie sie zu visiren . . . . 211 212
Feldmeßen . . . . . . . 185 seqq.
Figuren Eigenschaften . . . . 110 111
ordentliche oder regulaire . . . 105
unordentliche oder irregulaire . . 105
Aehnlichkeit . . . . 165 seqq.
Grundlegung . . 147 148 170 seqq.
Ausrechnung . . . 148 seqq. 188
Fünfeck Erklärung . . . . . . . 105

## G.

*Geometrie* Erklärung . . . . . 99
ihr Nutzen . . . . . 98
*Geometrische* Körper, wie sie zu machen . . 215
*Geometrische* Progreßion Erklärung . . . 63
*Geometrische* Proportionalzahlen
wie sie zu finden . 81 82 83 84 85
Verhältniß Erklärung . . . 62
Eigenschaften . . . . 64 65
Geradelinichte Figur, wie sie in Grund
zulegen . . . 147 148 179 seqq.
auszurechnen . . 153 154 155 188
zutheilen sey 164 165 169 170 seqq.

Pag.

Geradelinigter *Transporteur*
wie er zu verfertigen . . 253 254
zu gebrauchen sey . . . . 254
Gerade Linie Erklärung . . . . 100
wie sie beschrieben und gemeßen wird . 100
114 115
ihre Eigenschaften . . . . 109
ihre Theilung . . . 160. seqq. 169
Gesellschaftsrechnung Regula Societatis 88 89 90 91
Gleichheit der Winkel . . . . 111 128
Gleichschenklichter Triangel
Erklärung . . . . . 104
Eigenschaften . . . . 132 133
Beschreibung . . . . . 119
Gleichseitiger Triangel
Erklärung . . . . . 104
Beschreibung . . . . . 118
Eigenschaft . . . . 132 133
Grad, wie er gezeichnet . . . . . 103
Gründe der Rechenkunst
welche willkührlich seyn . 39 40 41 65
Grundlegung der Figuren . . . . 179
Grundsätze Axiomata . . 14 15
ihr Unterscheid . . . . . 14
erfordern keinen Beweis . . . 14
ihr Mißbrauch . . . . . . 15

H.

Halbmeßer vid. Diameter . . . . 103
*Hexaëdrum* . . . . . . . 215
Netze . . . . . . 216
Höhen, wie sie zu meßen . . 176 248 249 250
*Hypothesis* Bedingung . . . . 18 19

J.

*Icosaëdrum* Erklärung . . . . . 214
Netze . . . . . 216 217
Irreguläre Körper . . . . . 109
den Inhalt zu finden . . 213 seq.
Irreguläre Figur
Erklärung . . . . . 106
Eigenschaft . . . . 110 111

Pag.

Beschreibung . . 147 seq. 170 seq.
Ausrechnung . . . 148 seq. 188

## K.

Kegel vid. Conus . . . . . .
Klarer Begriff . . . . . . . 6
Körperlichen Inhalt zufinden . . . 191
Krumme Linie Erklärung . . . . . 100
welche die bekannteste und nützlichste . 102
Kugel Erklärung . . . . . . . 106
Eigenschaften 106 203 seq. 205 206 208 209
Ausrechnung . . . . 206 207

## L.

Länglichte Raute vid. Rhomboides . .
Länglichtes Viereck vid. Rectangulum . .
Lehrsatz. Theorema Erklärung . . 17 18
was dabey zu bedenken sey . . . 18
seine Theile . . . . 18 19 20
Linie in der Maaße . . . . . . 100
in der Geometrie was sie sey . . 99
wie sie beschrieben wird . . 99. seqq.
gerade in der Mitte zu theilen . 136 137
in etliche Theile . . . 169 170
Logarithmus Erklärung . . . 229 seqq
Erfinder . . . . 229
Eigenschaften . . 230 231 232
Ausrechnung . . 233 seqq 236
wie großer Zahlen Logarithmus
zu finden sey . . . . 236 seqq.
Gebrauch . . . . 240 248

## M.

Maaß der Linien . . . . . . 101
der Winkel . . . . 103 133
Magnetkästlein vid. Boussole . . .
Magnetnadel Beschaffenheit . . . . 185
Mathematik, ihr Nutzen . . . 24 25
Mathematische Lehrart Erklärung . . . 5
wieweit sie sich erstreckt . . . 25
ihr Nutzen . . . . . . 25
Maximen zu erfinden, wo sie anzutreffen sind . 31
Meßkette . . . . . . . 115
Meßschnur . . . . . . . 115


Meß=

Pag.
Meßtischlein, sein Gebrauch . . . . . 172
Minuten ihr Zeichen . . . . . . 103
Mittelpunct des Circuls Centrum Erklärung . 102
wie er zu finden sey . . . 139 seq.
aus der Sehne und Höhe des Bogens . 190
*Multiplication* Erklärung . . . . 36
Regeln für die ganzen Zahlen . 50 51 52
für Brüche . . . . 68 seq.
ohne das Einmal Eins zu multipliciren 52 53
Zeichen . . . . . . 52

N.

Name der Verhältniß Exponens rationis . 62 63
Namen der Zahlen . . . . 40 41
Nebenwinkel Angulus contiguus . . 112
Nenner eines Bruchs . . . . 65
Netze . . . . . . 215 216
Numeriren vid. Zahl, wie sie ausgesprochen wird

O.

*Oblongum* vid. Rectangulum . .
*Octaëdrum* . . . . . . 214
Netze . . . . . . 215
Ordentliche Figur vid. reguläre Figur .
Ordentlicher Körper vid. regulärer Körper .

P.

*Parallelepipedum* Erklärung . . . . 107
Eigenschaften . . 107 193 195 209
Ausrechnung . . . . 193 194
Netz . . . . . . . 217
Parallellinien Erklärung . . . 106
Beschreibung auf dem Papiere . . 125
Absteckung auf dem Felde . . 130
Eigenschaften . . . 128 129 131
Parallellineal Structur und Gebrauch . 125 126
*Parallelogrammum* Erklärung . . . 106
Eigenschaften . . 147 150 161 162
Theilung . 146 147 162 189
Peripherie des Circuls . . 103 252
Perpendicularlinie Erklärung . . . 104
zufällen aus einem Puncte . . 126
aufzurichten . . 127 135 seq.
Eigenschaft . . . . 138

Pag.
Polygonwinkel . . . . . 140 seqq.
*Polygonum.* vid. Vieleck . . . .
*Postulata* vid. Grundsätze . . . .
*Prisma* Erklärung . . . . . . 106
Eigenschaft . 107 193 199 200 209
Ausrechnung . . . . 195 196
Netze . . . . . . 217
*Progressio arithmetica* . . . . . 63
Regeln davon . . . . . 80
Geometrica . . . . . 62
*Proportio continua* Erklärung . . . . 63
Eigenschaften . . . . 80 81
*Product* oder Factum . . . . . 36
*Proportio* Erklärung . . . . . 62
Zeichen . . . 62
Eigenschaften . . 63 64 65
*Proportional*linien wie sie zu finden . . 168
die mittlere zu finden. . . . 189
*Proportional*zahlen . . . . 81
Punct Erklärung . . . . 99
warum er untheilbar sey. 99
Pyramide Erklärung . . . . 108
Eigenschaft . 108 198 seqq. 209
Ausrechnung . . . 201
Netze . . . . 217

Q.

Quadrat Erklärung . . . . 105
Quotient Quotus . . . . 37
Beschreibung . . . . 145
Eigenschaften . . 146 147 160
Ausmessung . . 148 149 161
Quadratlinie . . . . 149
Quadratmaaß . . . 149
Quadratruthe . . . 149
Quadratschuh . . . 149
Quadratwurzel Erklärung . . . . 70
wie sie gefunden wird . 73 74 75
ihr Logarithmus . . . . 231
Quadratzahl Erklärung . . . . 70
wie sie entstehet . . . 70
binomische woraus sie bestehe . . 71
ihr Logarithmus . . . . 312
Quadratzoll . . . . . . . . 149

Pag.

## R.


| | | |
|---|---|---|
| *Radius* des Circuls . . . . . | | 102 |
| Eigenschaften . . . . . | | 109 |
| Raute vid. Rhombus . . . . . | | |
| Rechenkunst Erklärung . . . . . . | | 31 |
| wie sie abzuhandeln sey . . . | | 31 |
| Rechnungsarten, ihr Ursprung . . | 33 | 34 |
| ihre Anzahl . . . . | 34 | 35 |
| Namen und Erklärungen . | 34 | 35 |
| Rechter Winkel angulus rectus . . | 104 | 134 |
| Rechtwinklichter Triangel Erklärung . | . . | 104 |
| Eigenschaften . . . . . | 160 | seq. |
| *Rectangulum* länglichtes Viereck Erklärung | . | 105 |
| Beschreibung . . . . | | 145 |
| Eigenschaft . . . . . | 146 | 147 |
| Ausrechnung . . . . | | 150 |
| Regel *de Tri* . . . . . | | |
| directa . . . . | 83 seqq | 86 |
| inversa . . . | 86 | 87 |
| Regel *de quinque* (composita) . | 87 | 88 |
| Reguläre Figur Erklärung . . . | | 105 |
| Eigenschaft . . . | 140 | 154 |
| Beschreibung . . . . | 143 | seq. |
| Ausrechnung . . . . | | 153 |
| Reguläre Körper Erklärung . . . | | 109 |
| Anzahl . . . | 214 | 215 |
| Netze . . . . . . | | 215 |
| Reguläres Vieleck, wie es zu beschreiben . | . | 143 |
| *Regula composita* (de quinque) . . | 87 | 88 |
| *Regula Societatis* Gesellschafts Rechnung . . | 88 | seqq |
| *Rhomboides* länglichte Raute Erklärung . | seq. | 105 |
| Beschreibung . . . . . . | . | 146 |
| Eigenschaften . . . . | 146 | 147 |
| Ausrechnung . . . . . | . | 151 |
| *Rhombus* Raute Erklärung . . . . | . | 104 |
| Beschreibung . . . . . | . | 146 |
| Eigenschaft . . . . | 146 | 147 |
| Ausrechnung . . . . . | . | 151 |
| Ruthe Erklärung . . . . . . | . | 101 |
| Zeichen . . . . . . | . | 103 |

Pag.

## S.


Schuh Erklärung . . . . . . 101
Zeichen . . . . . . 103
*Secans* Erklärung . . . . . . 224
Ausrechnung . . . . . 229
Logarithmus . . . . . 239
*Secans Complementi* sive Cosecans . . . 224
Sechseck Erklärung . . . . 105
Eigenschaft . . . . . 144
seine Seite ist dem Radio gleich . . 144
Beschreibung . . . . . 145
*Sector* vid. Ausschnitt des Circuls
Secunde ihr Zeichen . . . . . 103
wie sie in trigonometrischen Rechnungen zu finden . . . . . 242
*Segmentum* vid. Abschnitt. . . . .
Sehne Chorda . . . . . 123
in dem Circul. Eigenschaft . . 137
*Semidiameter* Halbmeßer . . . 102
Senkrechte Linie vid. Perpendicularlinie
*Sinus* Erklärung . . . . . 223
Eigenschaften . 223 224 225 239 seq.
Ausrechnung . . . 226 227 228
Gebrauch . . . 240 seqq.
wie ihre Logarithmi zusuchen sind 236 237
*Sinus Complementi* sive Cosinus . . . 224
zu finden . . . . 225
*Sinus Totus* . . . 224
*Versus* . . . 224
Spitziger Winkel angulus acutus . . 104
Spitzwinklichter Triangel Triangulum acutangulum. . . . . . . 104
Stangencircul . . . . . . 102
Stumpfer Winkel Angulus obtusus . . 104
Stumpfwinklichter Triangel Triangulum obtusangulum . . . . . . 104
Subtrahiren Erklärung . . . . . 35
wie es geschehe . . . . . 36
Regeln für die ganzen unbenannten Zahlen 46 47
für die ganzen benannten Zahlen 49
für gebrochene . . . . 67

Pag.

Probe . . . . . . 48
Zeichen . . . . . . 48
Summe . . . . . . . 35
Summirende Zahlen . . . . . 35
*Syllogismus*, Nutzen in der Mathematik . . 22

T.

*Tabulæ sinuum & tangentium* . . . . 225
*Tangens* Erklärung . . . . . 224
Ausrechnung . . . . 228 seq.
Gebrauch . . . . 242 seqq.
Logarithmus . . . . 238 239
Eigenschaft . . . . . 243
*Tangens Complementi* Erklärung . . . 224
*Tetraëdrum* Erklärung . . . . . 214
Netze . . . . . . 215
Theilung der geraden Linien 136 seq. 169 seq.
*Theorema* vid. Lehrsatz. . . . .
*Theorema Pythagoricum* . . . . . 106
*Thesis* Aussage . . . . . 19 20
*Transporteur* . . . . . . 104
*Trapezium* Erklärung . . . . . 105
wie es zu theilen . . . 163 164
auszurechnen . . . . . 153
Triangel Erklärung . . . . . 104
Eigenschaften 117 128 130 131 151 162
Beschreibung . . . . 120 121
Höhe zu finden . . . . 163
Aehnlichkeit . . . . 167 168
Ausrechnung . . . . 152 153
Theilung . . . . . 189
*Triangulum æquilaterum* vid. gleichseitiger Triangel
*æquicrurum* vid. gleichschenklichter Triangel
*scalenum*. vid. ungleichseitiger Triangel . .
Trigonometrie Erklärung . . . . 223
Nutze . . . . . 221 222

V.

Verhältniß . . . . . . . 61
arithmetische . . . . . 61
geometrische . . . . . 62
Name der Verhältniß Exponens
rationis sive Nomen rationis . 62 63

Pag.

Verjüngter Maaßstab . . . . . 116 170
Verkehrte Regel *de Tri.* . . . . 86 87
Verticalwinkel . . . . . . . 113
Vieleck Polygonum Erklärung . . . 105
zu beschreiben auf eine Linie . . 143
in einem Circul . . 144
Visirstab . . . . . . . 209 210
Undeutlicher Begriff Erklärung . . . 7
wenn man mit ihm zufrieden seyn kann . . . . . . . 7 8
Ungleichseitiger Triangel vid. Triangulum scalenum
Unordentliche Figur vid. irreguläre Figur
Unordentlicher Körper vid. irregulärer Körper
Unterscheid vid. Differenz . . . .
Unvollständiger Begriff . . . . . 7
Vollständiger Begriff . . . . . . 7

## W.

Walze vid. Cylinder . . . . .
Weite der Oerter . . . . . .
wie sie zu meßen sey 121 seqq. 171 seqq. 250 seq.
Wälsche Practica . . . . . 92 93 94
Winkel Erklärung . . . . . . 103
wie er gezeichnet werde . . . 103
sein Maaß . . . . . . 122
Winkel rechter angulus rectus . . . 104
spitziger = acutus . . . 104
stumpfer = obtusus . . . . 104
Vertical . . . . . .
Wechselwinkel . . . . . 128
am Centro . . . . . . 134
an der Peripherie . . . . 134
ausserhalb der Peripherie . . . 135
Eigenschaften 109 112 130 133 134 135
wie er zu meßen . . 103 113 114
zubeschreiben . . 116 117
auf dem Felde abzustecken 114 122
Theilung in zween Theile . . 139
Winkel in regulären Vielecken . . 140
in jedem Vielecke . . . 141 142
Winkeltäflein in Vielecken . . . 143


Win-

Pag.
Winkelhaken . . . . 127
zu probiren . . . . 135
Winkelmeßer vid. Astrolabium . . .
Würfel vid. Cubus . . .
Wurzel auszuziehen . 73 seqq 77 seqq
Wurzeltäflein . . . . 71

Z.

Zahl Erklärung . . . . 32
Grundsätze davon . . . 37 38 39
ihre Zeichen vid. Ziffern . . .
Beschaffenheit . . . 32 33
ihre Veränderungen . . . 33 34
wie sie ausgesprochen wird . . . 42
Zählen was es heisse . . . . . 32
wie weit man zählet . . . . 39
Zähler eines Bruchs . . . . . 65
Zeichen der Zahlen. vid. Ziffern . . .
Zeichnung der Figuren was sie nutzt, . . . 120
Ziffern . . . . . 41
Zoll, Erklärung . . . . . . 101
Zeichen . . . . . 103
Zusätze Corollaria Erklärung . . . 23 seqq.
Unterscheid . . . . . 24

## Ende des Registers.

## Bericht an den Buchbinder.

Die Kupfer müßen dergestalt gebunden werden, daß man sie ganz herausschlagen kann, und zwar entweder zu Ende jeder Disciplin also, daß Pag. 218 die Tab. I. bis XXV. Geometriæ und Pag. 254 die Tab. I. bis IV. Trigonometriæ zu stehen kommen;

oder man kann nach Pag. 254. alle XXIX. Tabb. binden, doch so, daß die IV. Tabb. Trigon. hinter die Tabb. XXV. Geometr. geheftet werden.

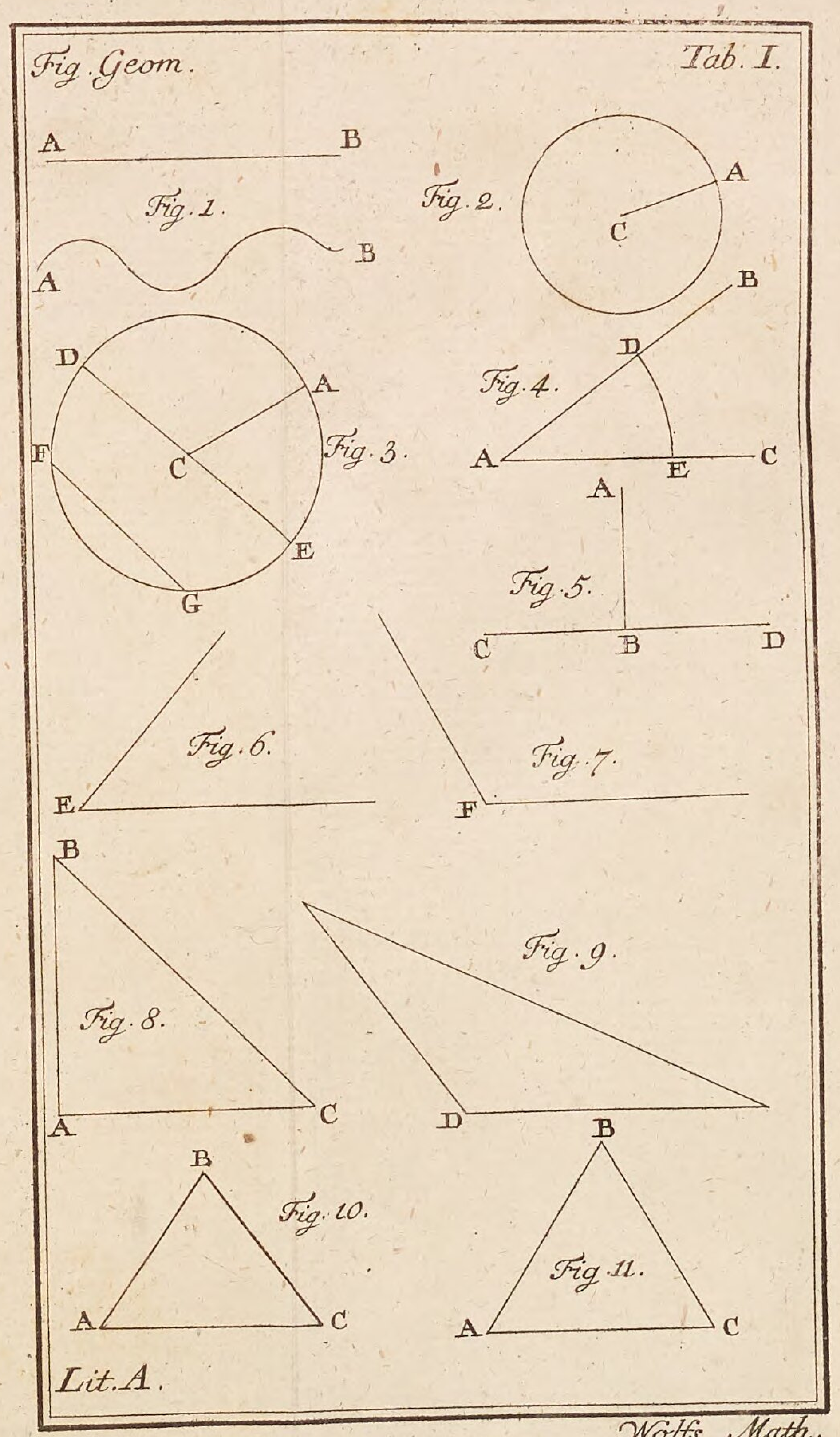


Fig. Geom.
Tab. I.
Fig. 1.
A
B
Fig. 2.
C
Fig. 3.
D
F
G
E
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Lit. A.

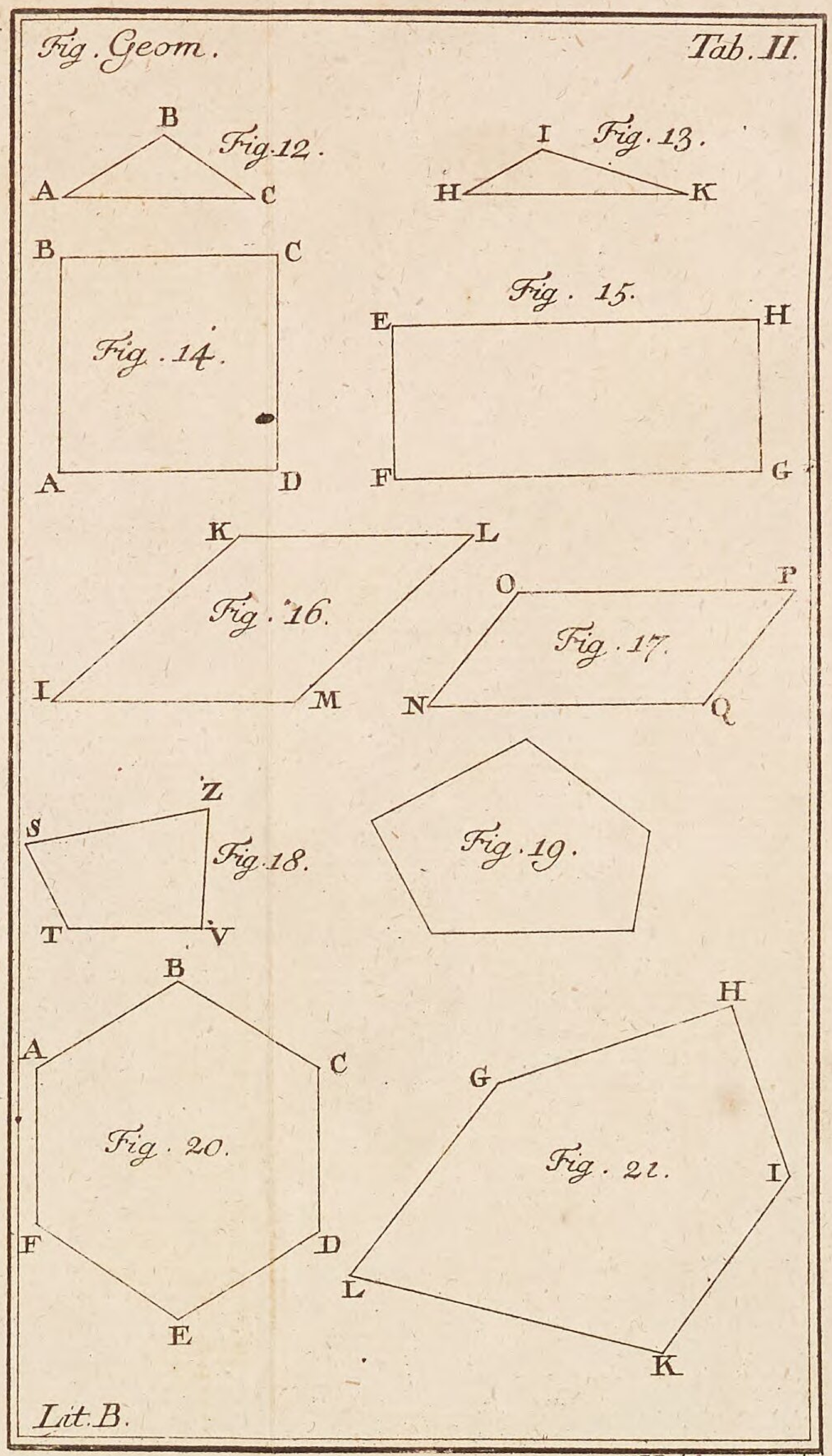


Fig. Geom.
Tab. II.
Fig. 12.
A B C
Fig. 13.
H I K
Fig. 14.
B C A D
Fig. 15.
E H F G
Fig. 16.
K L I M
Fig. 17.
O P N Q
Fig. 18.
S Z T V
Fig. 19.
Fig. 20.
A B C D E F
Fig. 21.
G H I K L
Lit. B.

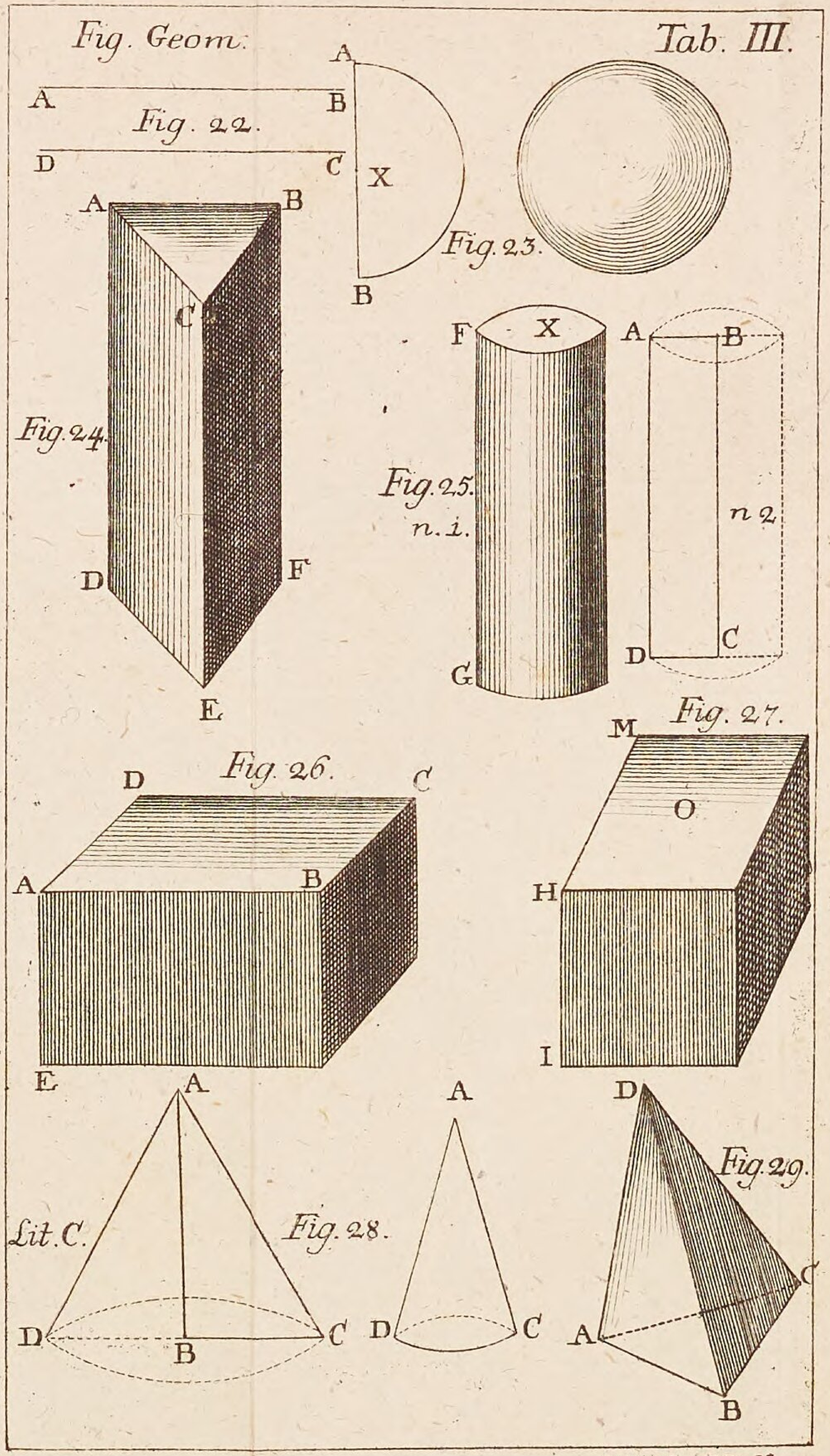


Fig. Geom:
Tab. III.
Fig. 22.
A B D C
Fig. 23.
A X B
Fig. 24.
A B C D F E
Fig. 25. n. 1.
F X G
n 2
A B D C
Fig. 26.
D C A B E
Fig. 27.
M O H I
Fig. 28.
Lit. C.
A D B C
A D C
Fig. 29.
D A C B

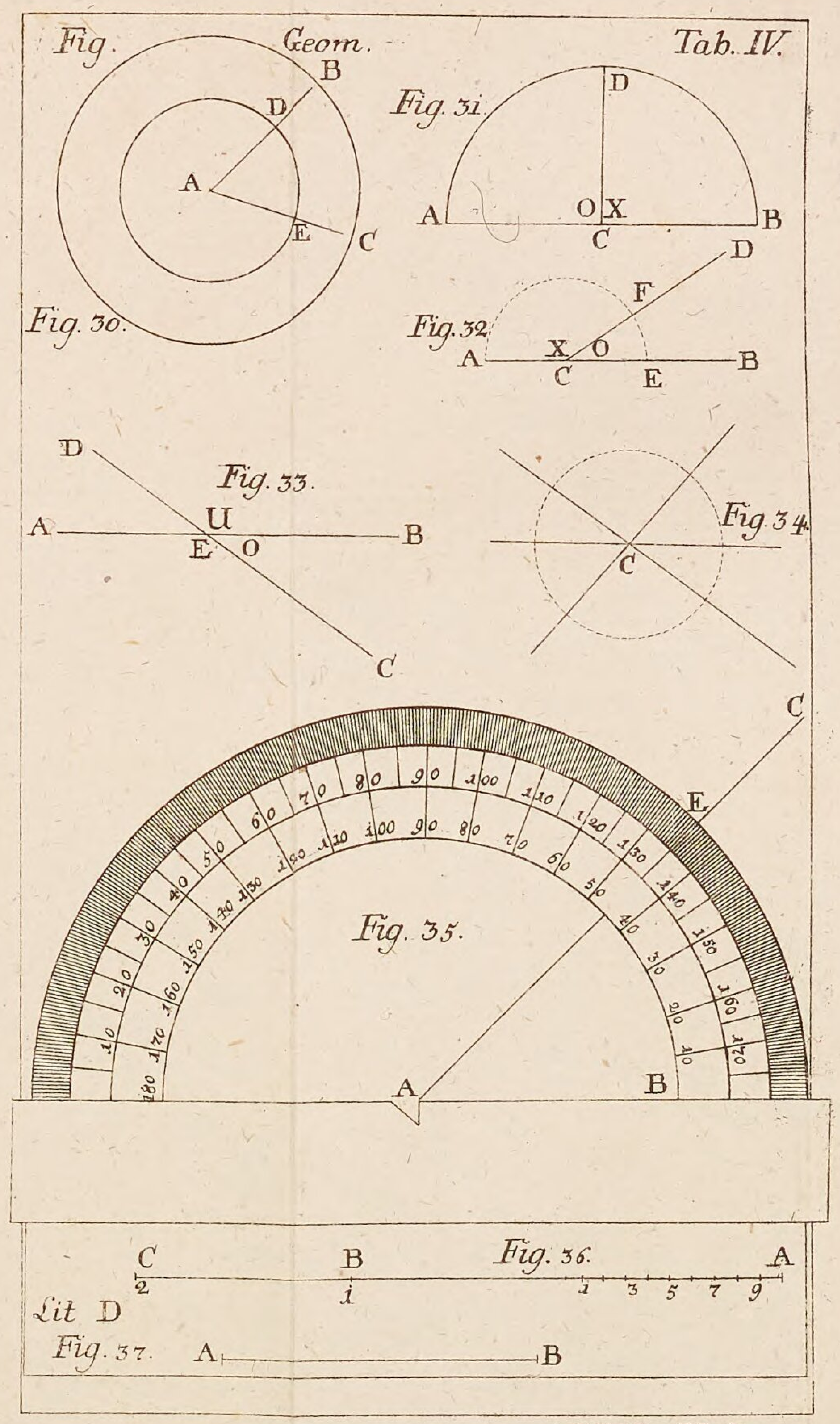


Fig. Geom.
Tab. IV.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Lit D
Fig. 37.

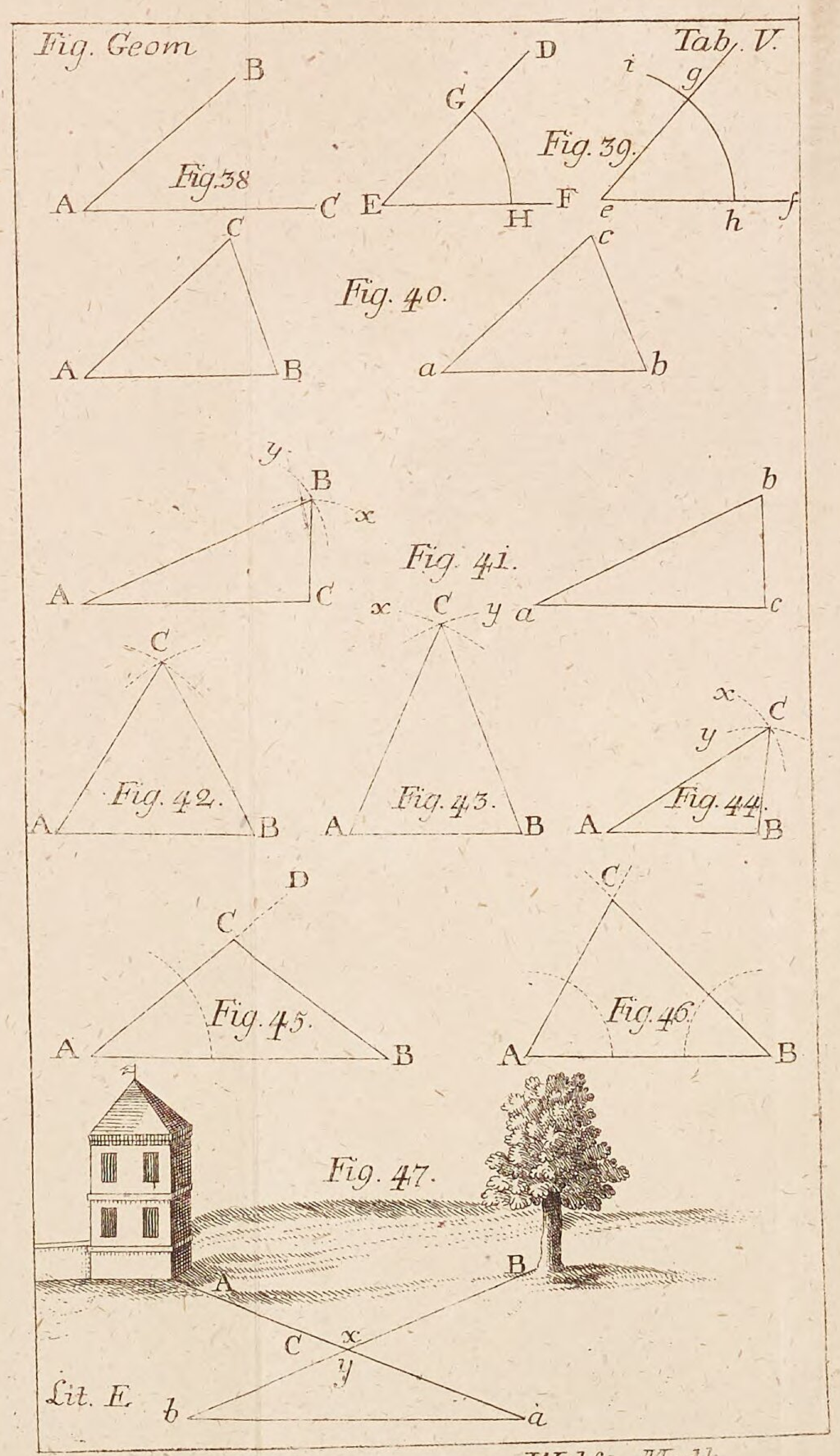


Fig. Geom
Tab. V.
Fig. 38
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Lit. E.

Fig. Geom: Tab. VI.

Fig. 49.

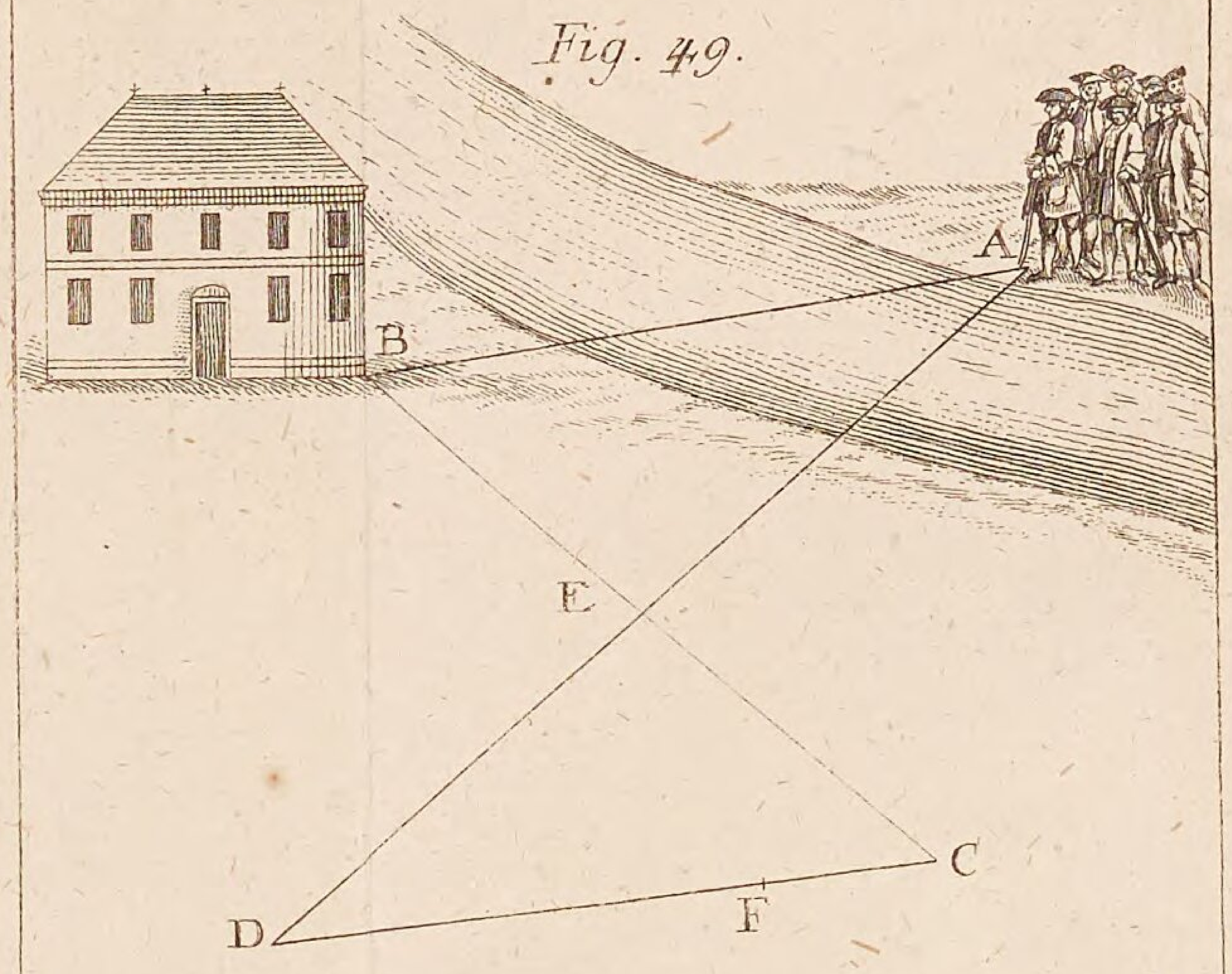
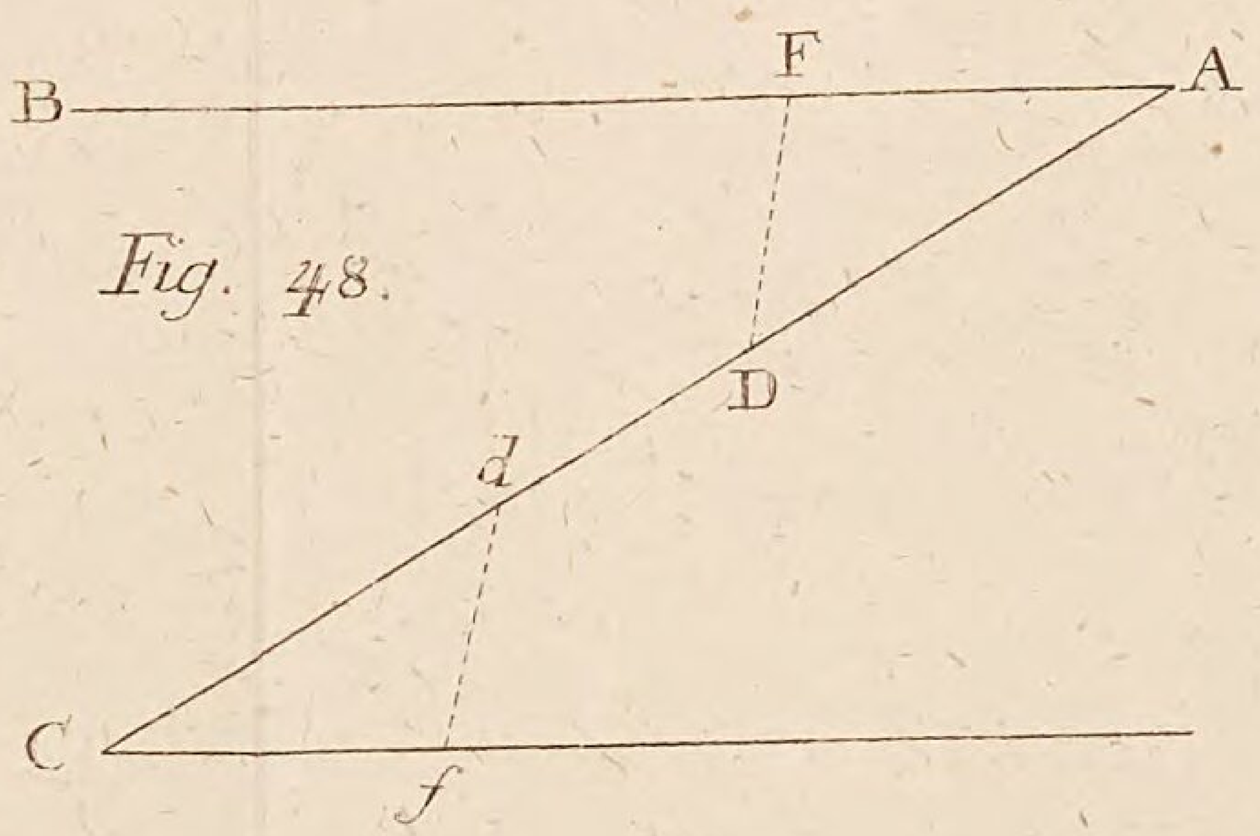
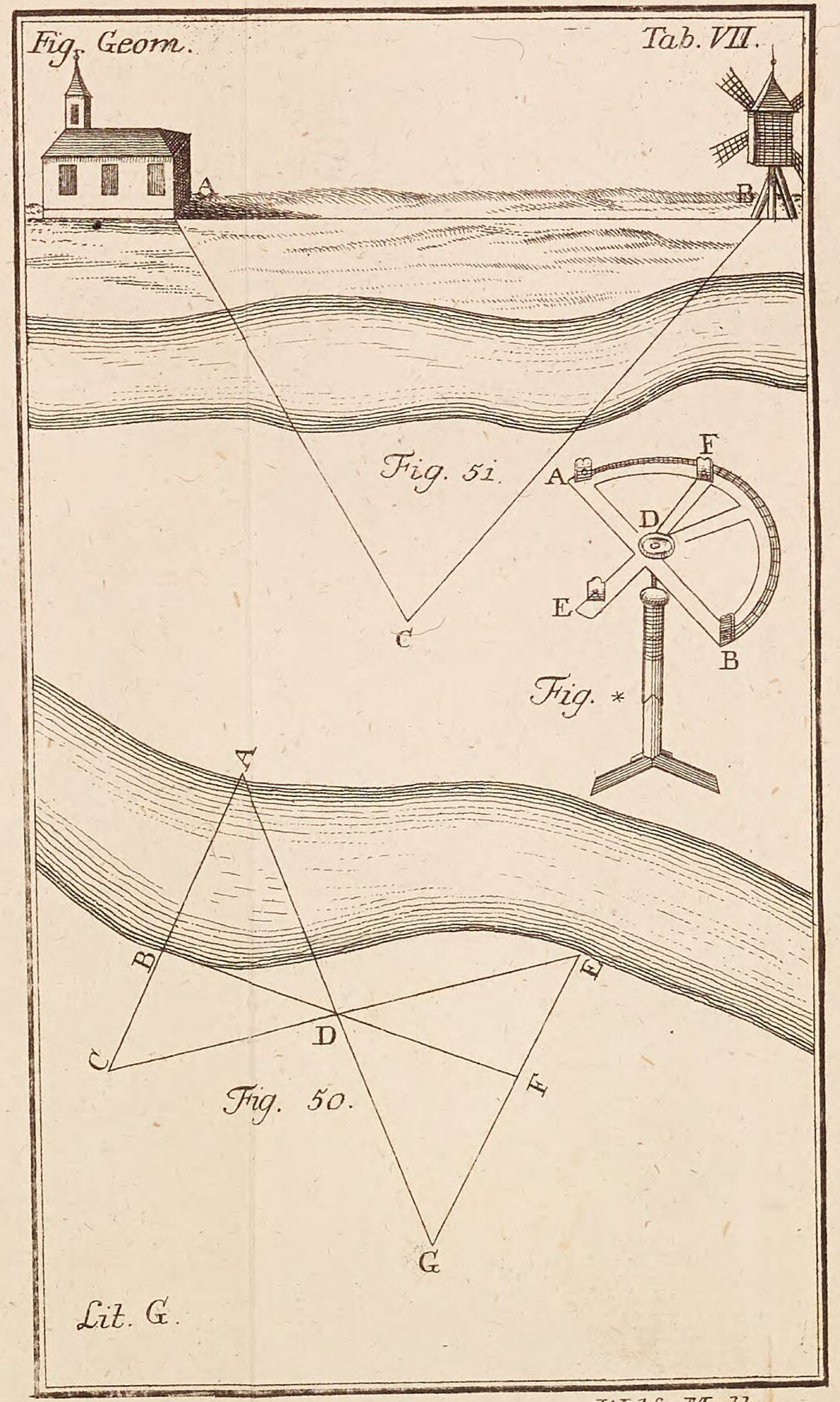



Fig. 48.




Lit. F




Wolfs Math.

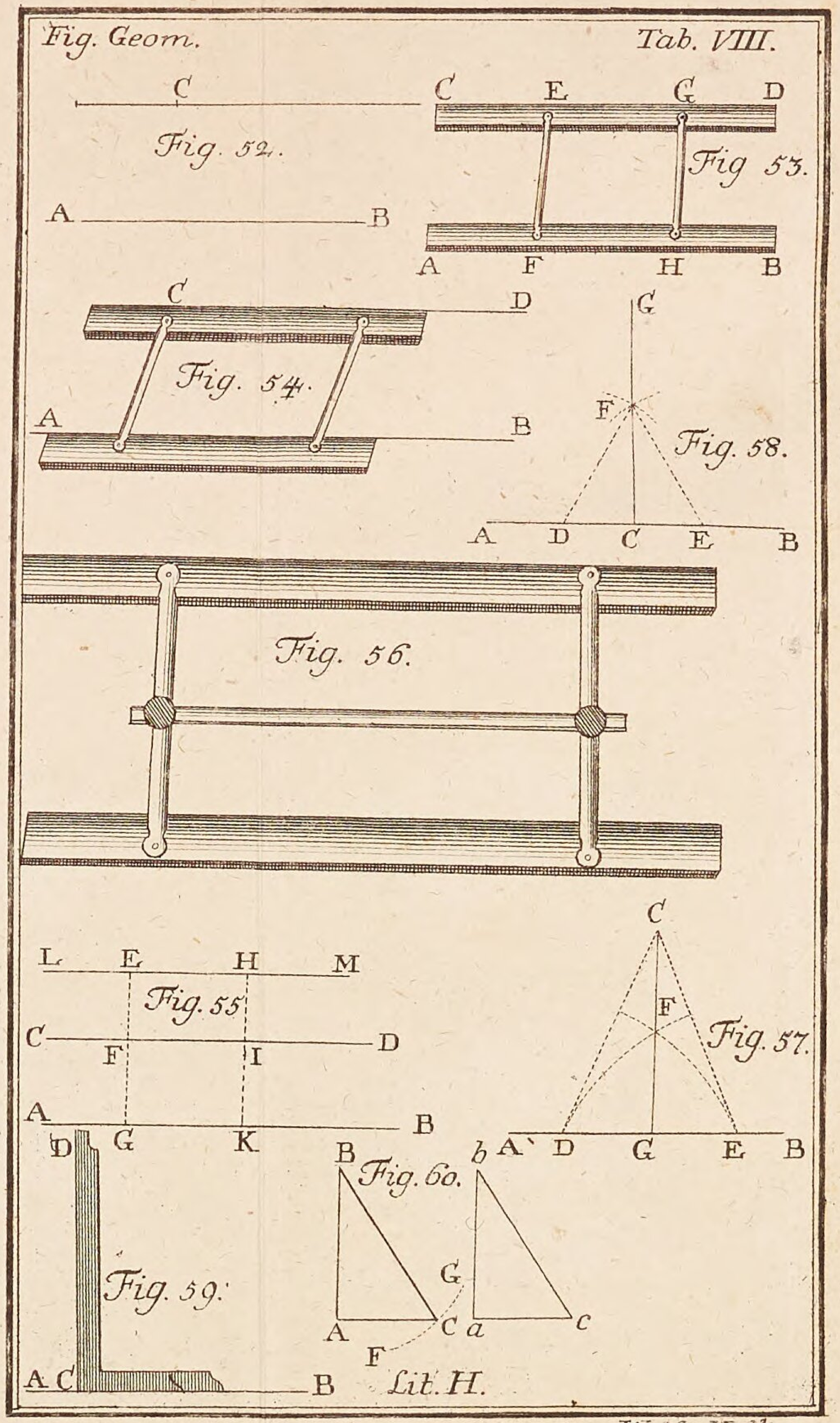


Fig. Geom.
Tab. VIII.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 58.
Fig. 56.
Fig. 55
Fig. 57.
Fig. 60.
Fig. 59.
Lit. H.

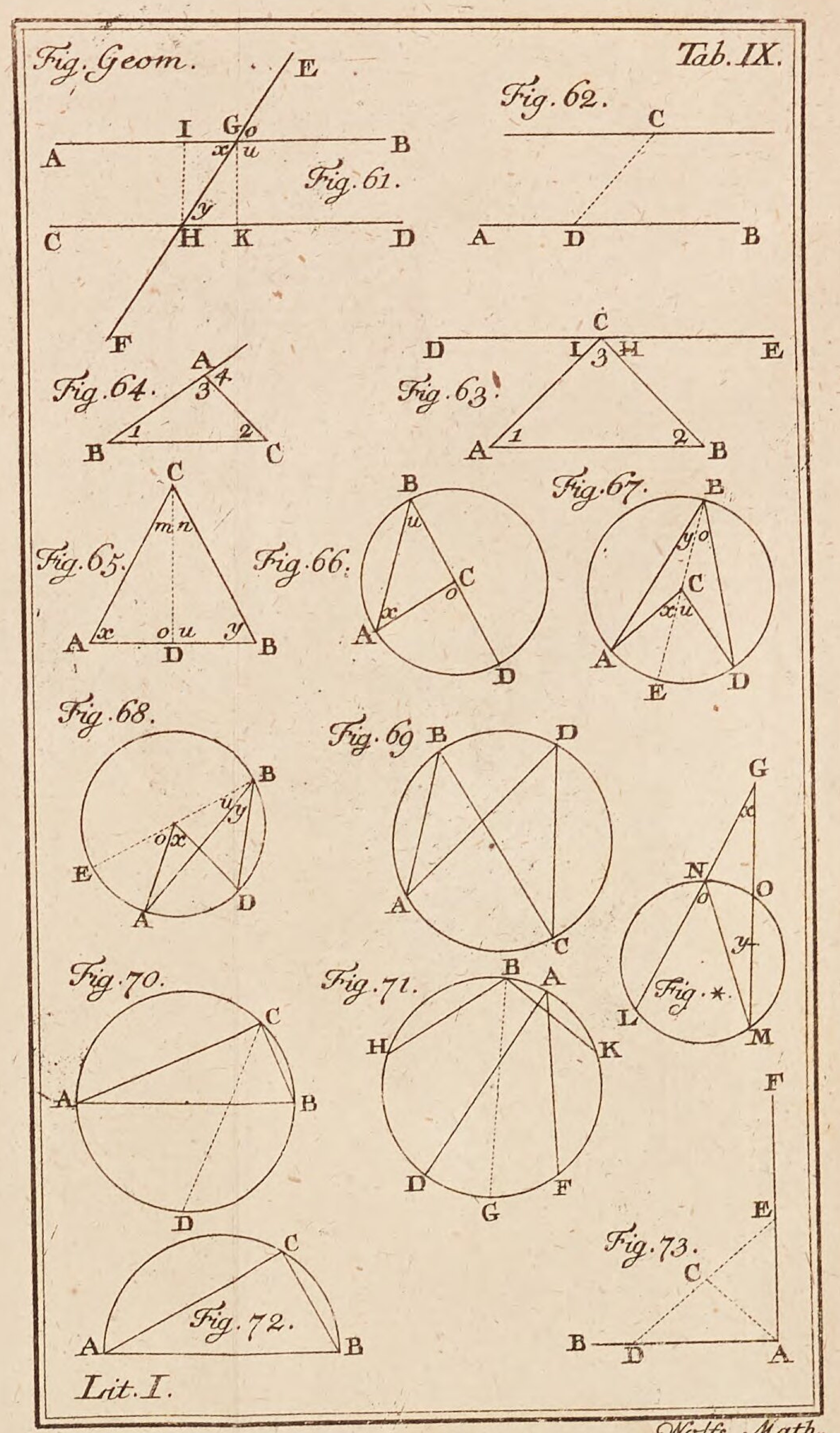


Fig. Geom.
Tab. IX.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69
Fig. *.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Lit. I.

Wolfs Math.

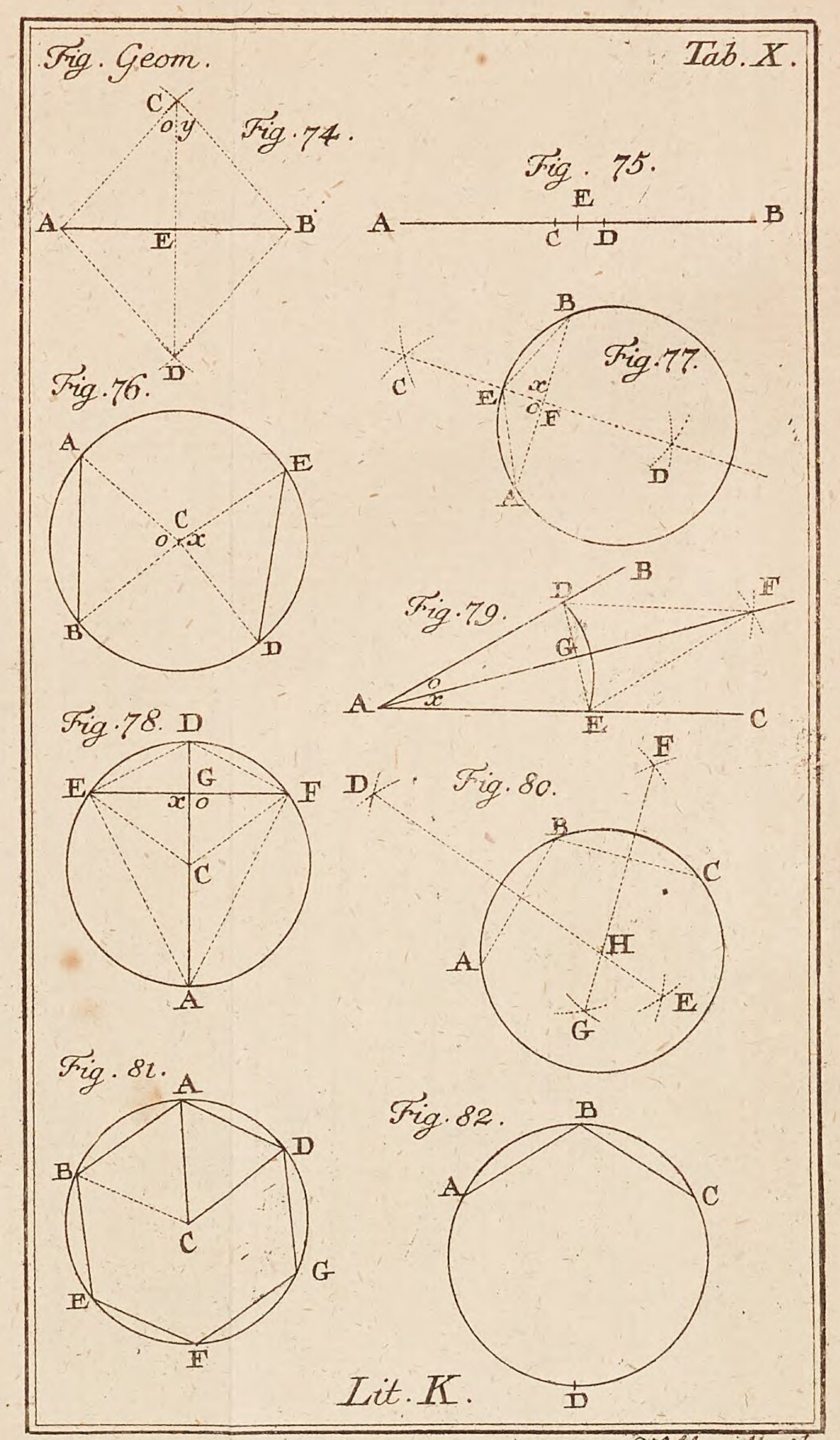


Fig. Geom.
Tab. X.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.
Fig. 81.
Fig. 82.
Lit. K.

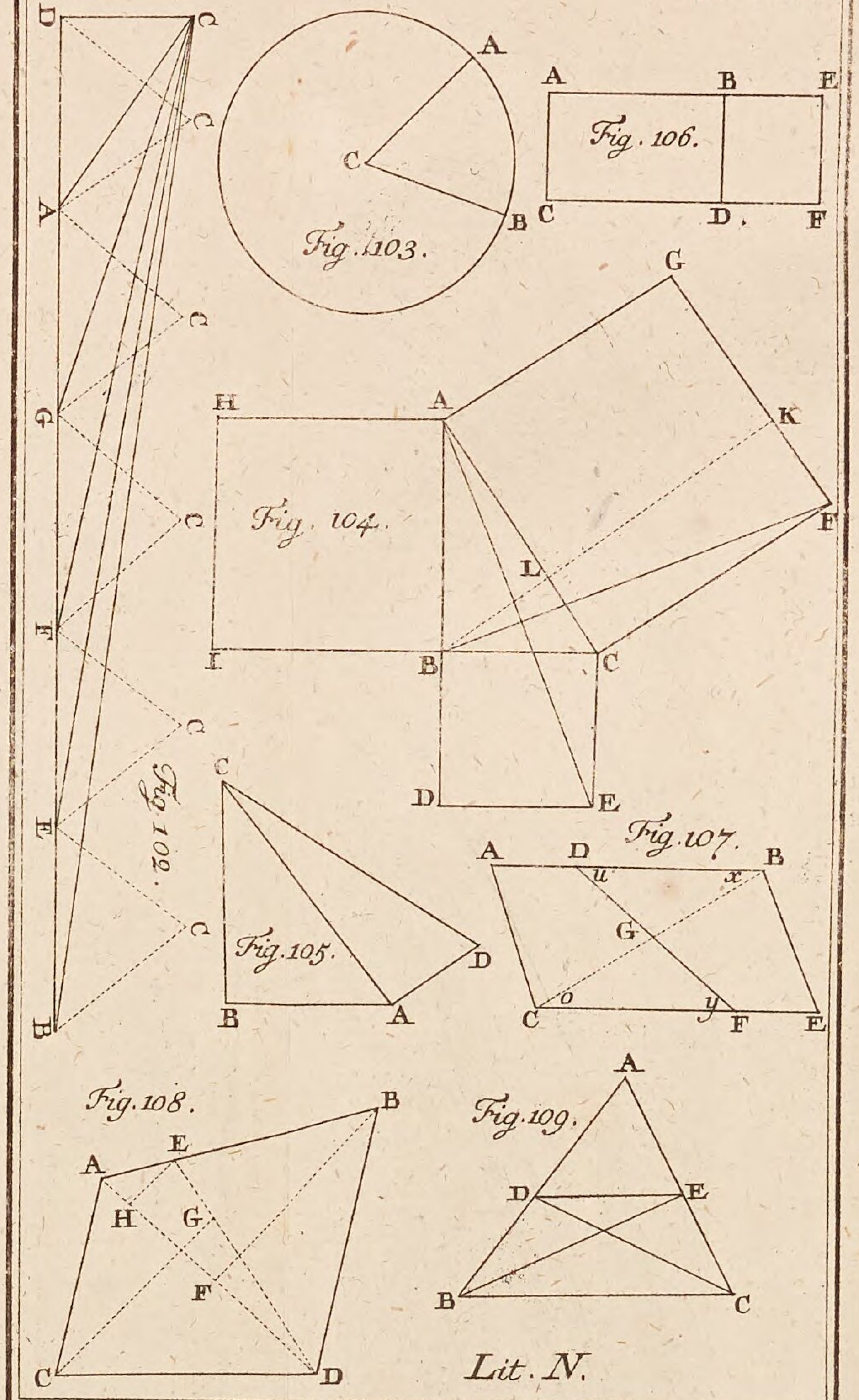


Fig. 102.
Fig. 103.
Fig. 104.
Fig. 105.
Fig. 106.
Fig. 107.
Fig. 108.
Fig. 109.
Lit. N.

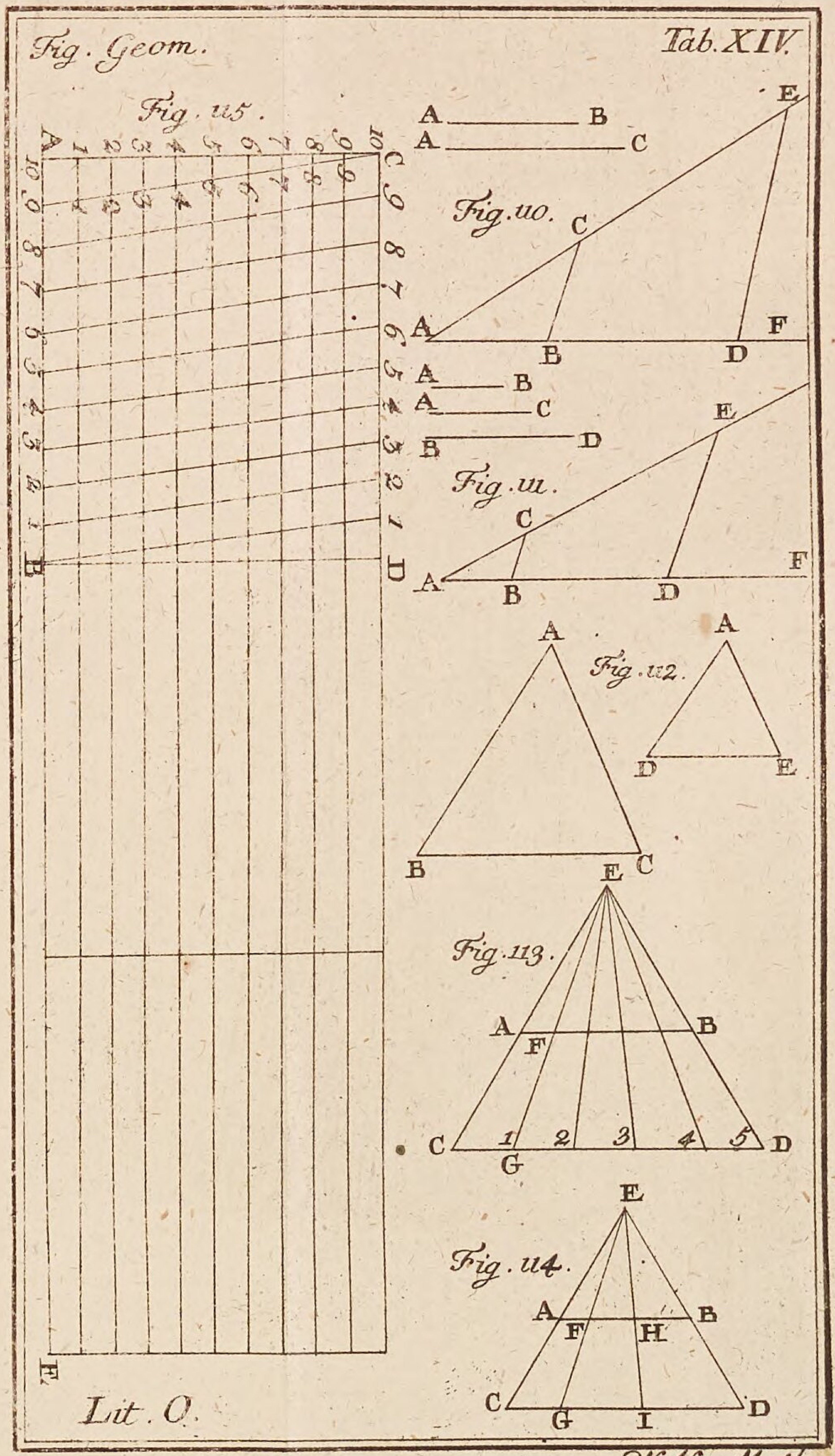
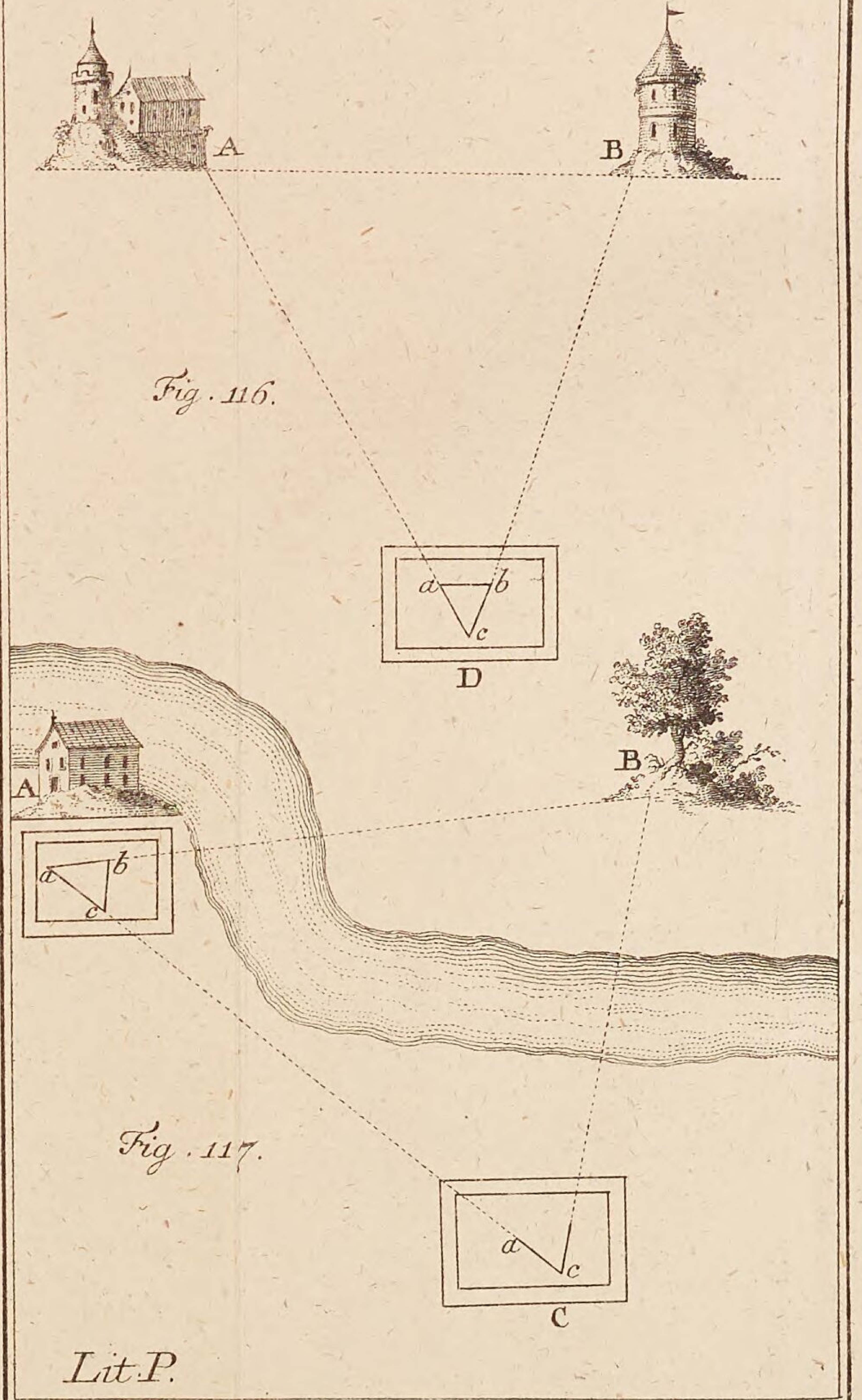
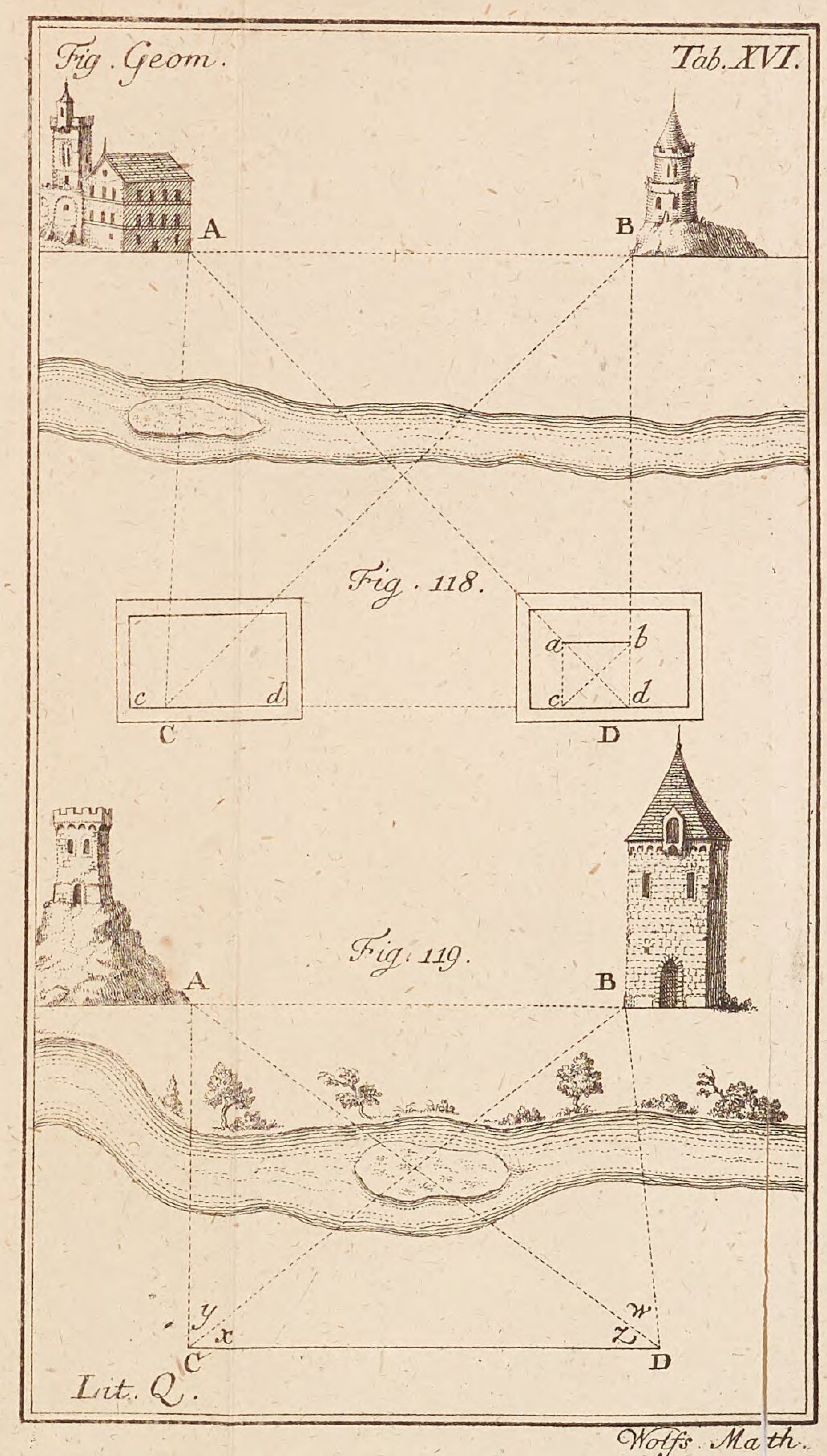


Fig. Geom.
Tab. XIV.
Fig. 115.
Fig. 110.
Fig. 111.
Fig. 112.
Fig. 113.
Fig. 114.
Lit. O.



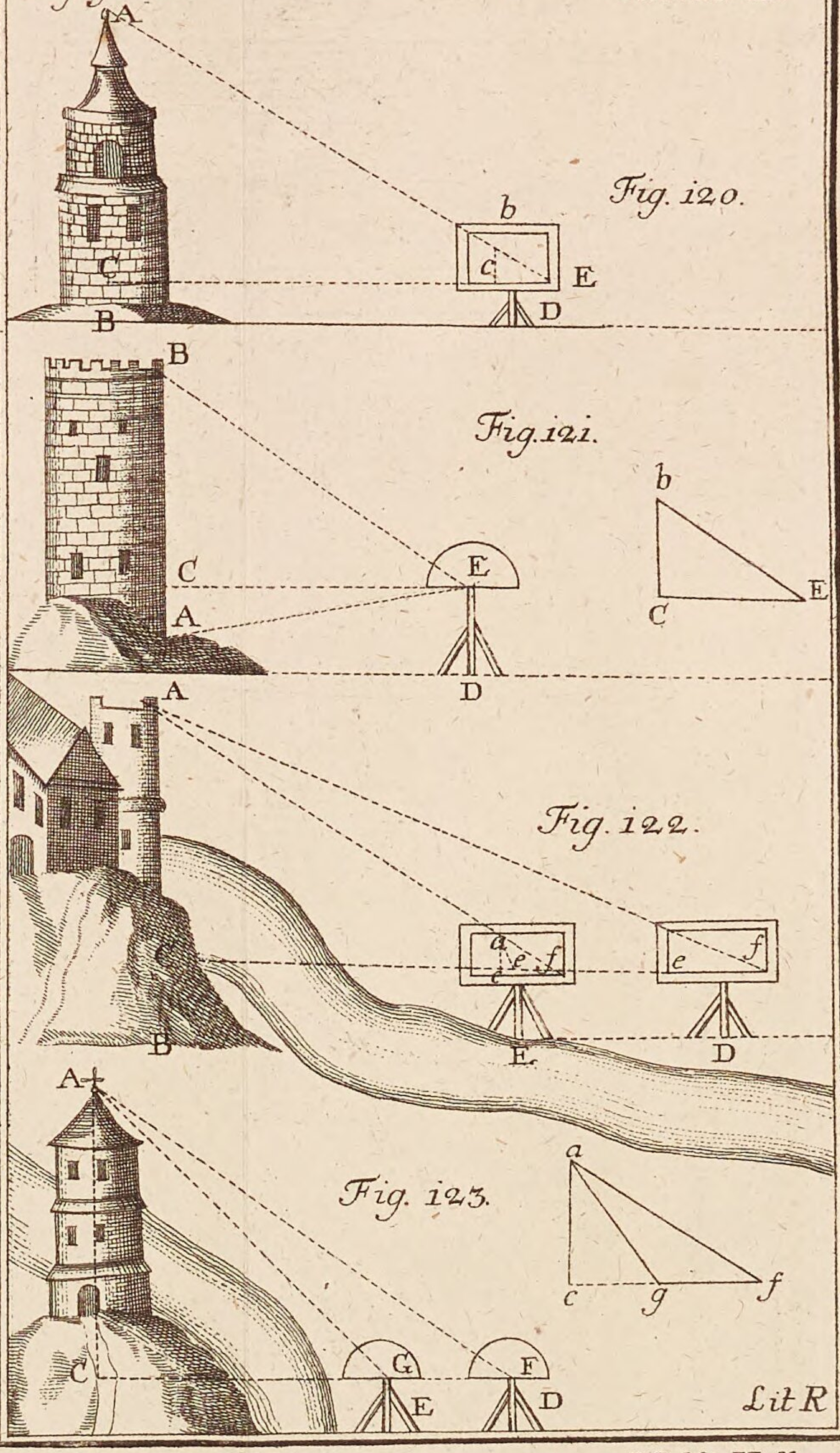

Wolfs Math.



Wolfs Math.

Fig. Geom.

Tab. XVII.




Lit R

Wolfs Math.

Fig. Geom. Tab. XVIII.

Fig. 124.

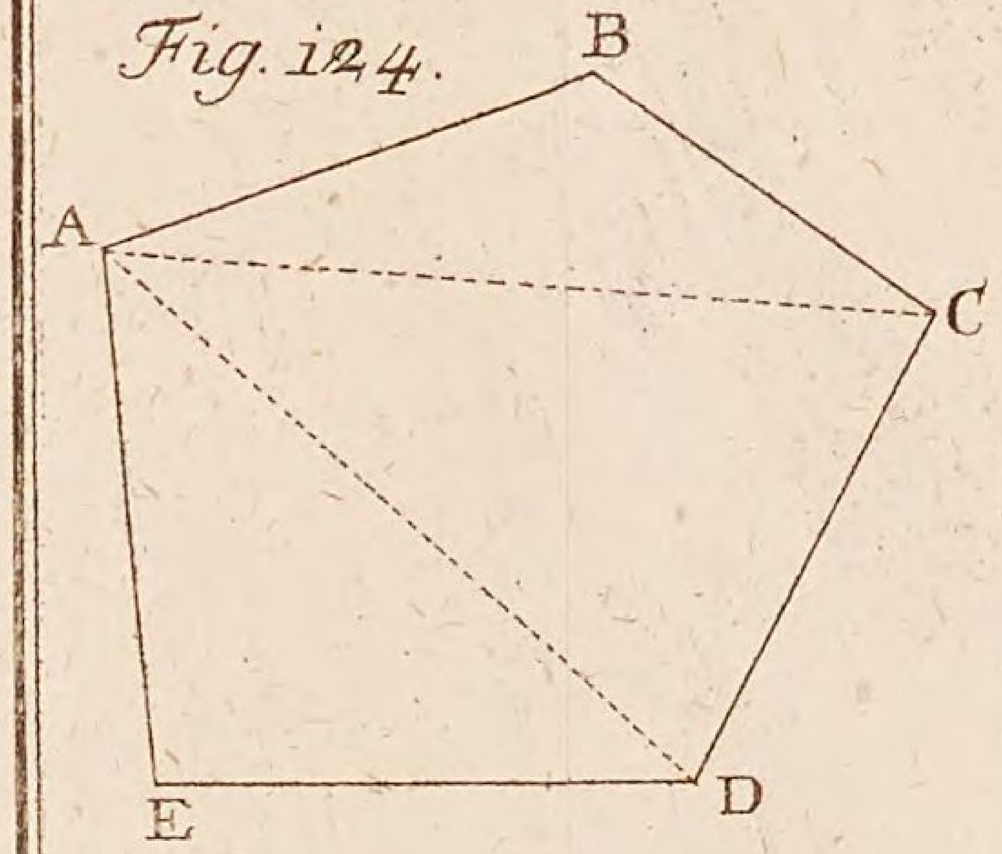
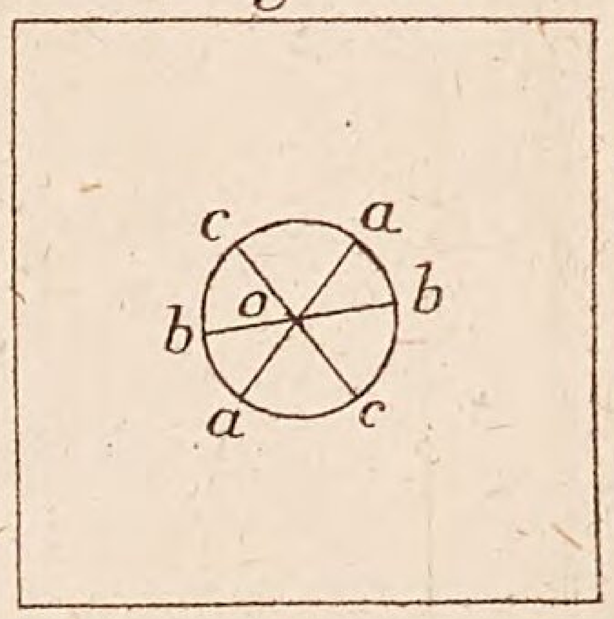



Fig. 126.



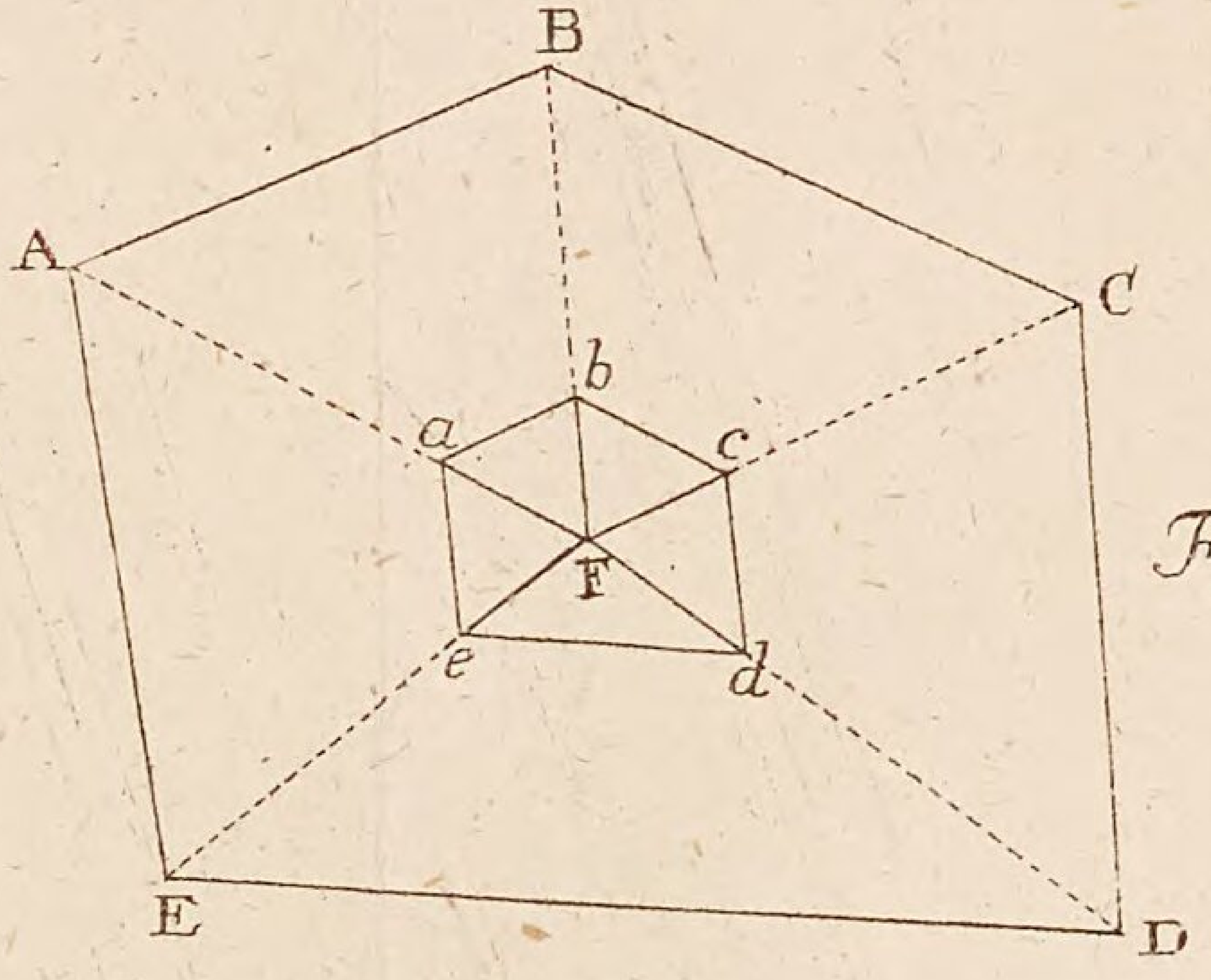
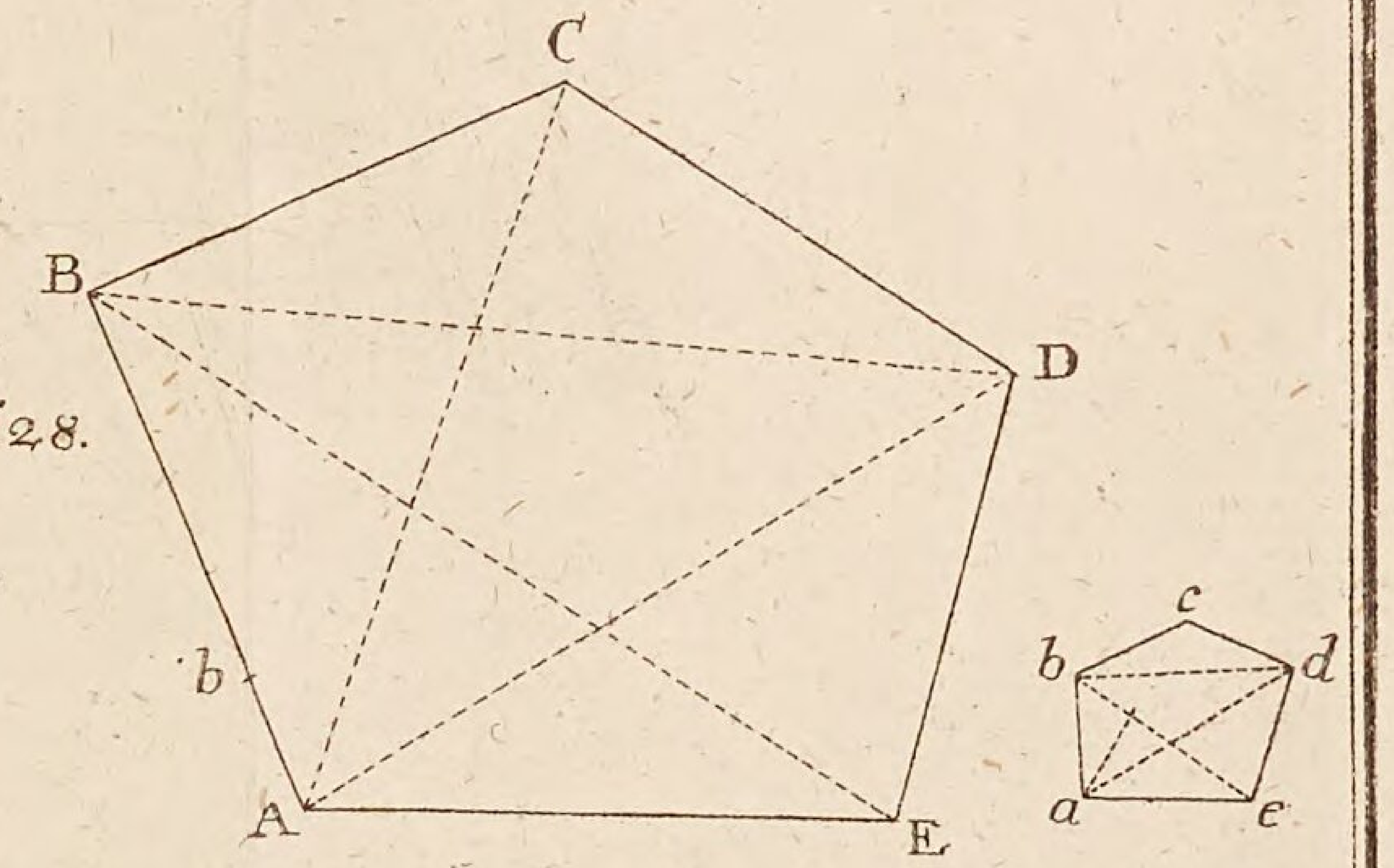




Fig. 125.

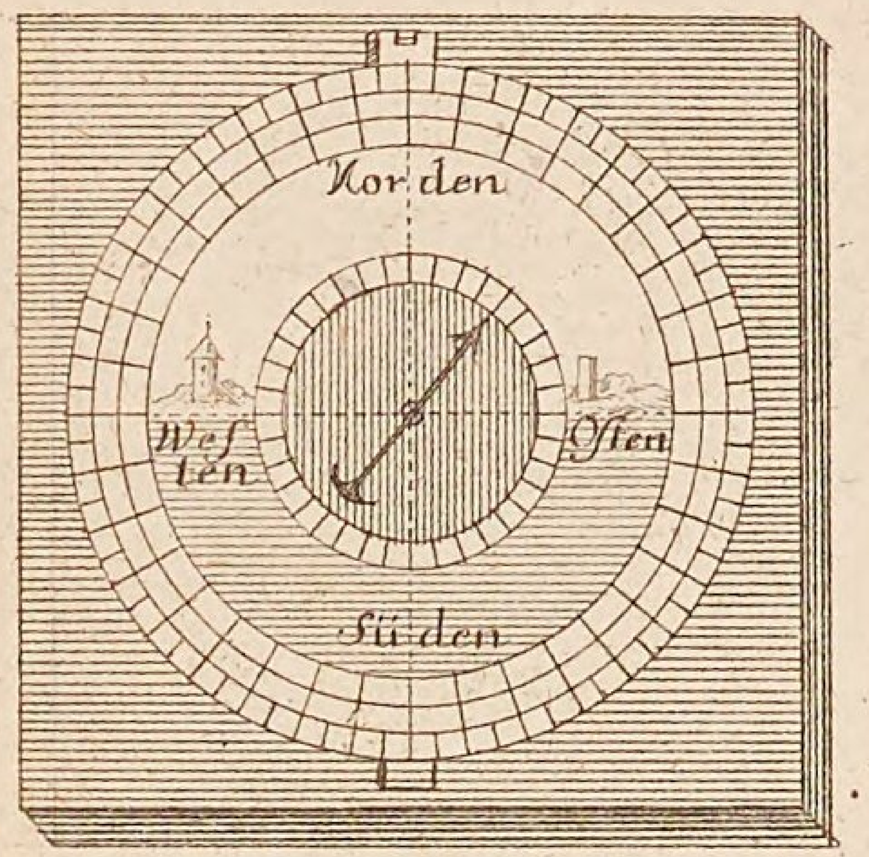
Fig. 128.




Lit. S

Wolfs Math.

Fig. 127.




Boussole.

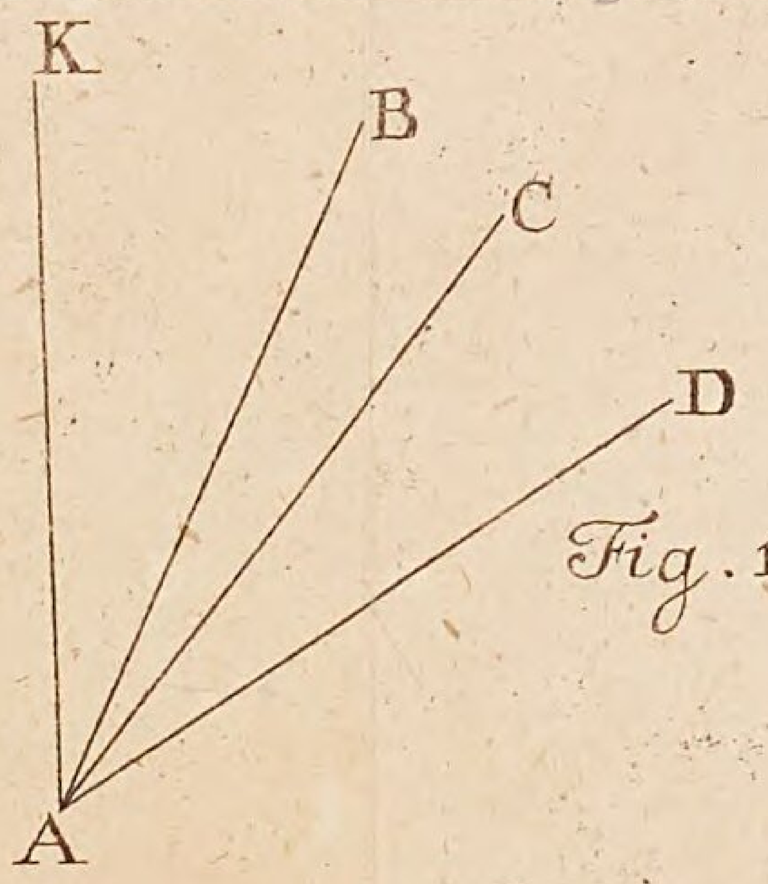



Fig. 129.

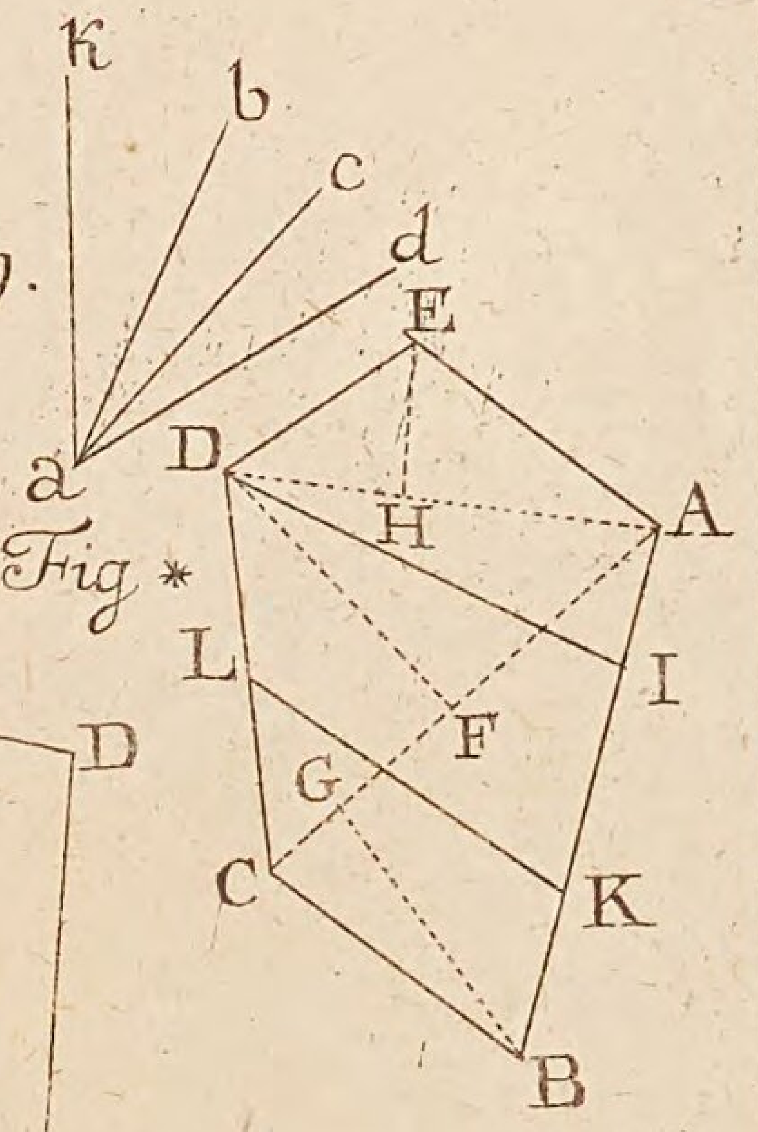



Fig *

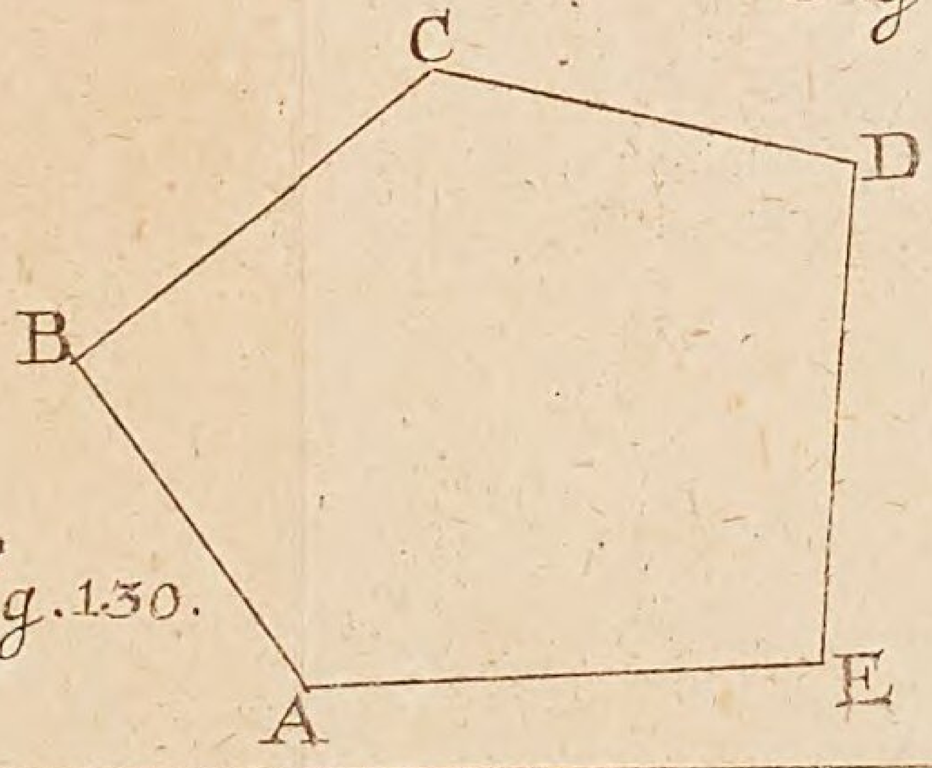



Fig. 130.

Lit: T.

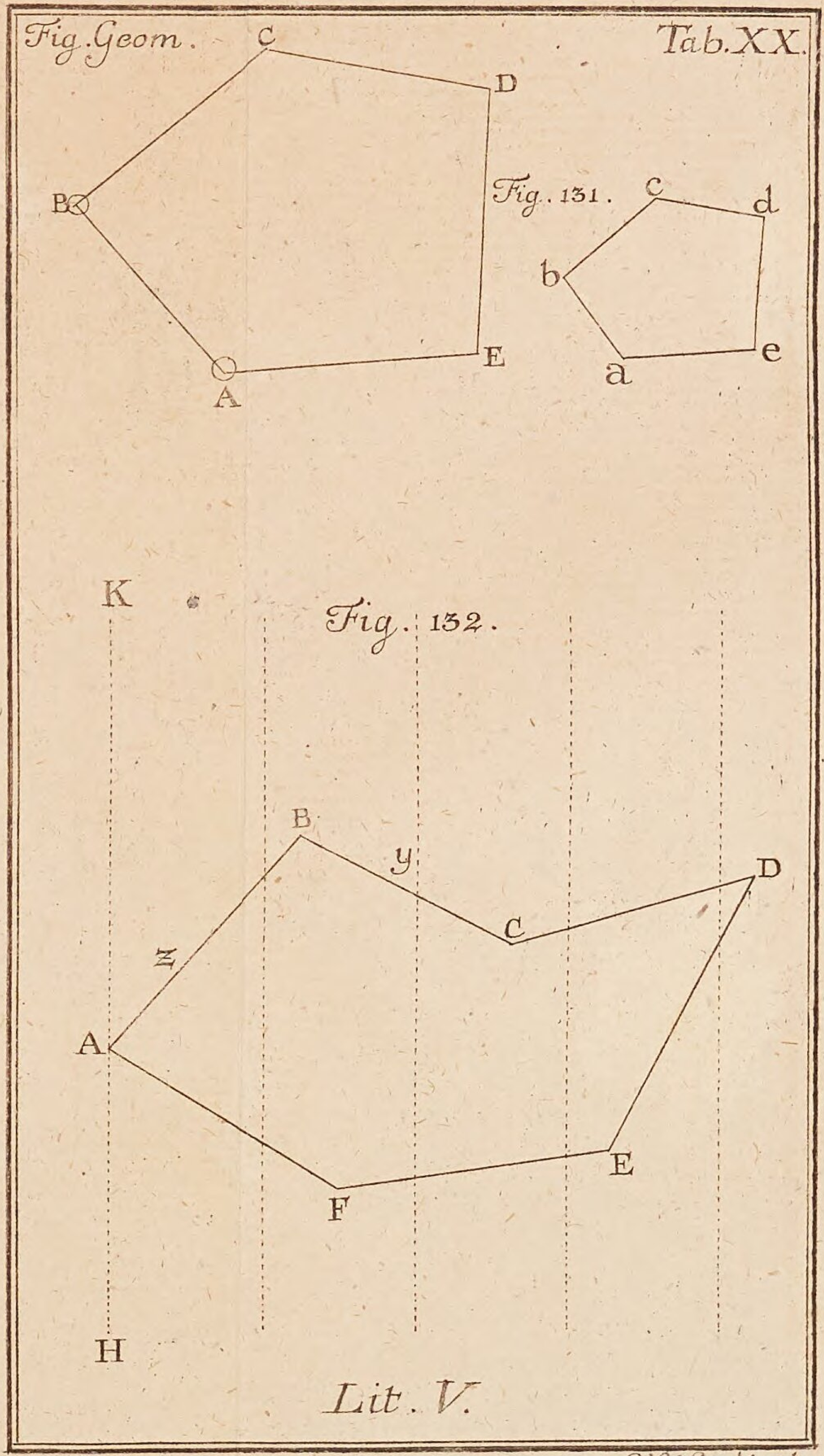


Fig. Geom.
Tab. XX.
C
D
B
A
E
Fig. 131.
c
d
b
a
e
K
Fig. 132.
B
y
D
C
z
A
E
F
H
Lit. V.

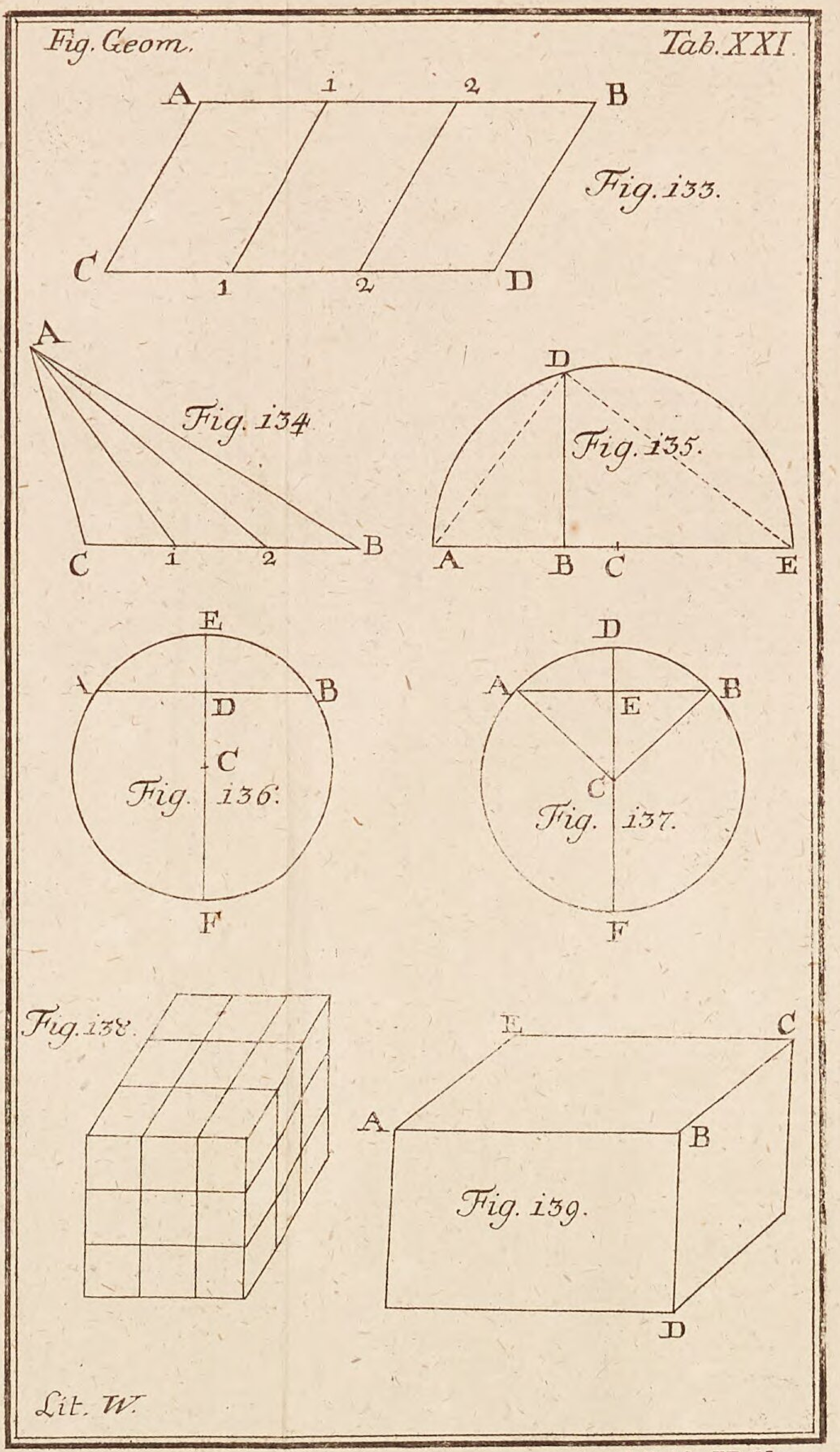
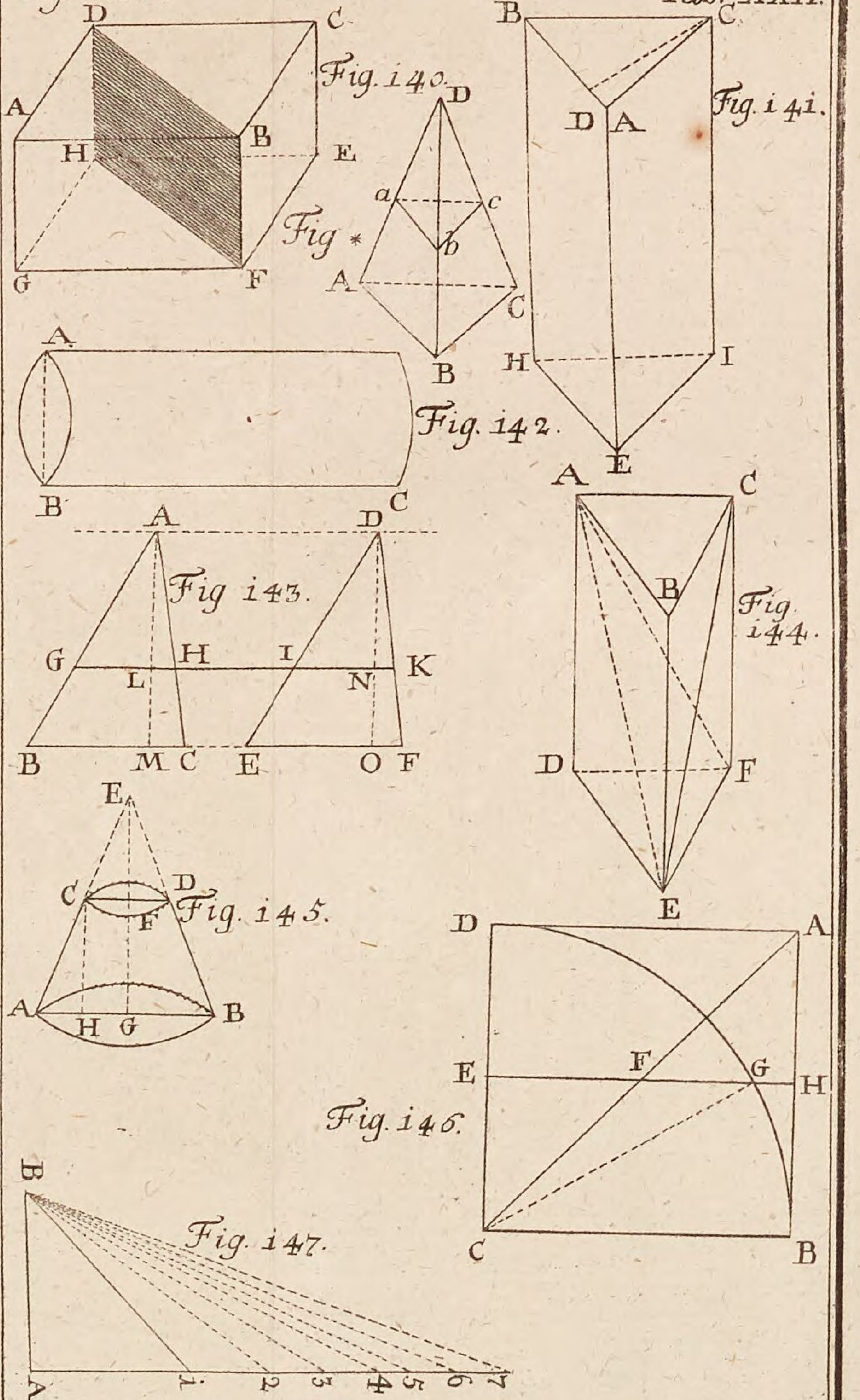


Fig. Geom.
Tab. XXI
Fig. 133.
Fig. 134
Fig. 135.
Fig. 136.
Fig. 137.
Fig. 138.
Fig. 139.
Lit. W.

*Fig. Geom.* *Tab. XXII.*




*Lit. X.* *Wolfs Math.*

Fig. 148.

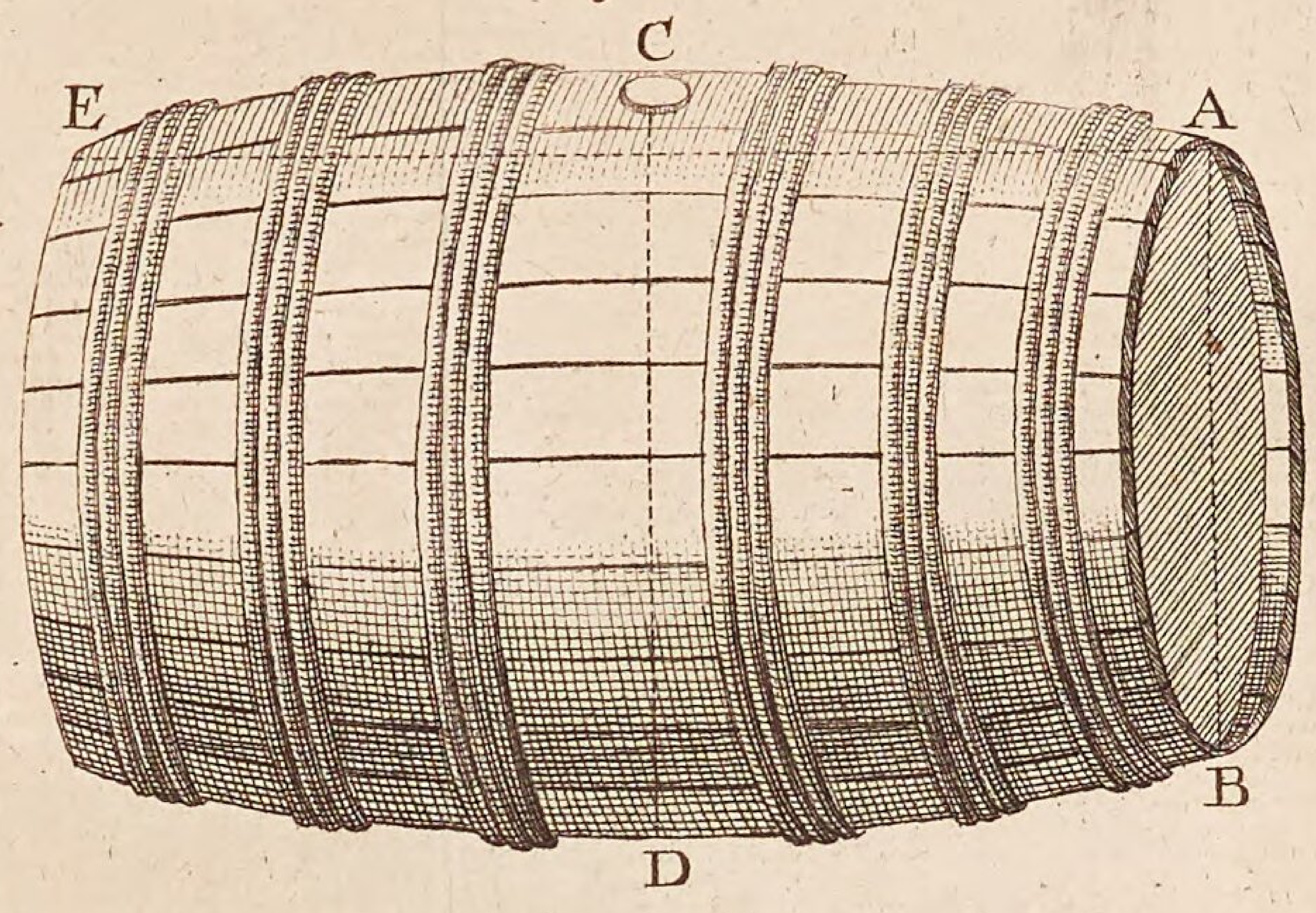
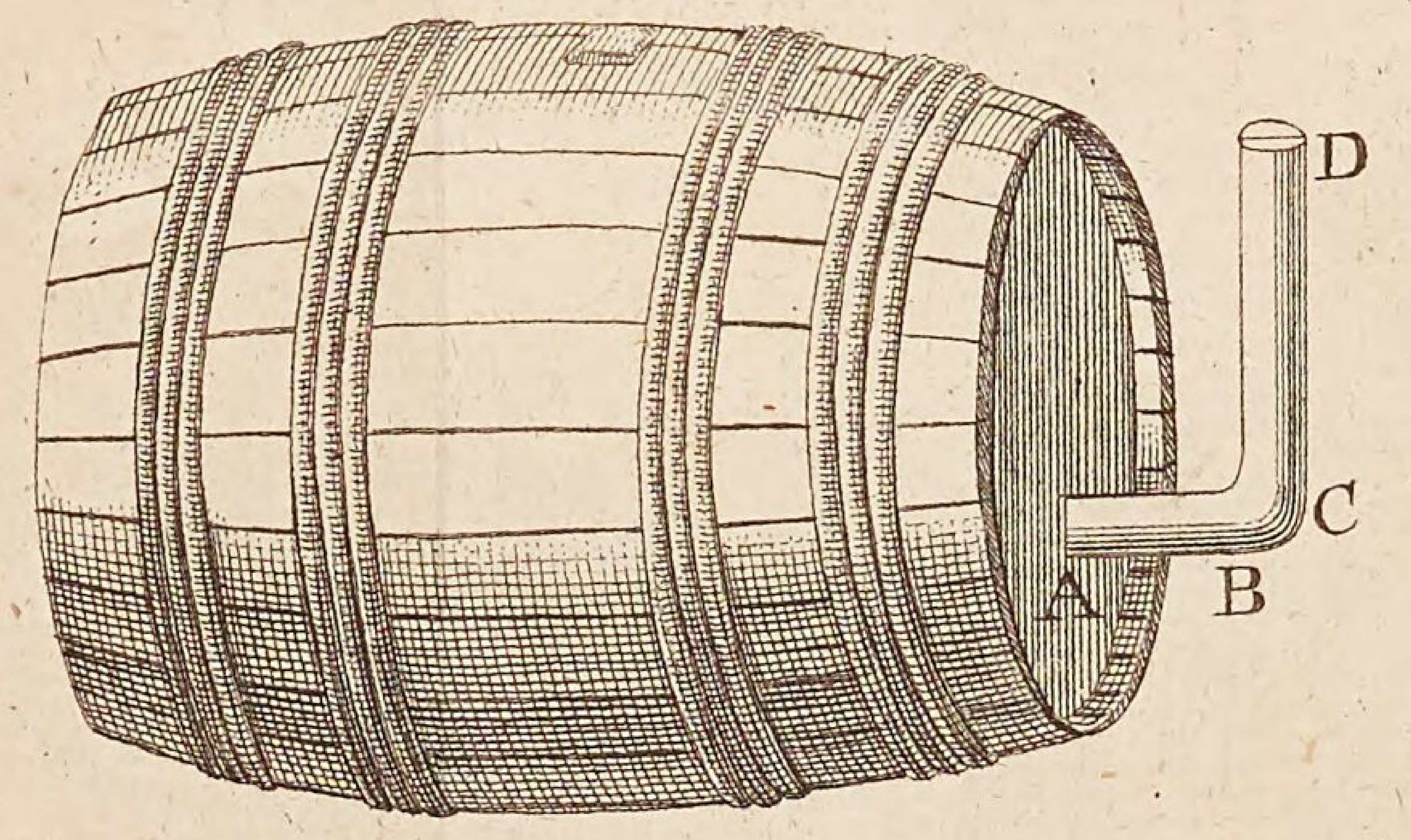



Fig. 149.




Lit: Y.

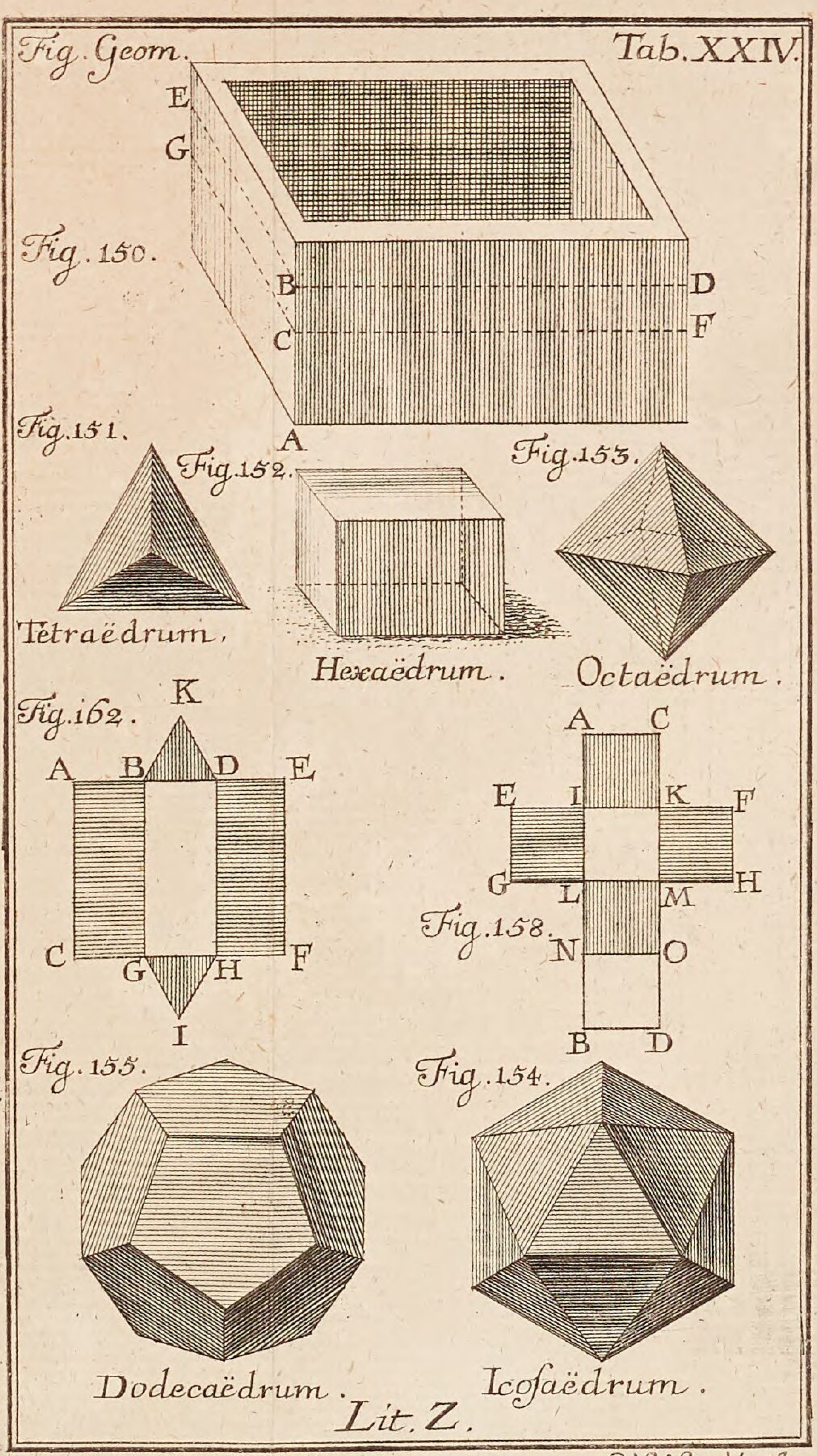
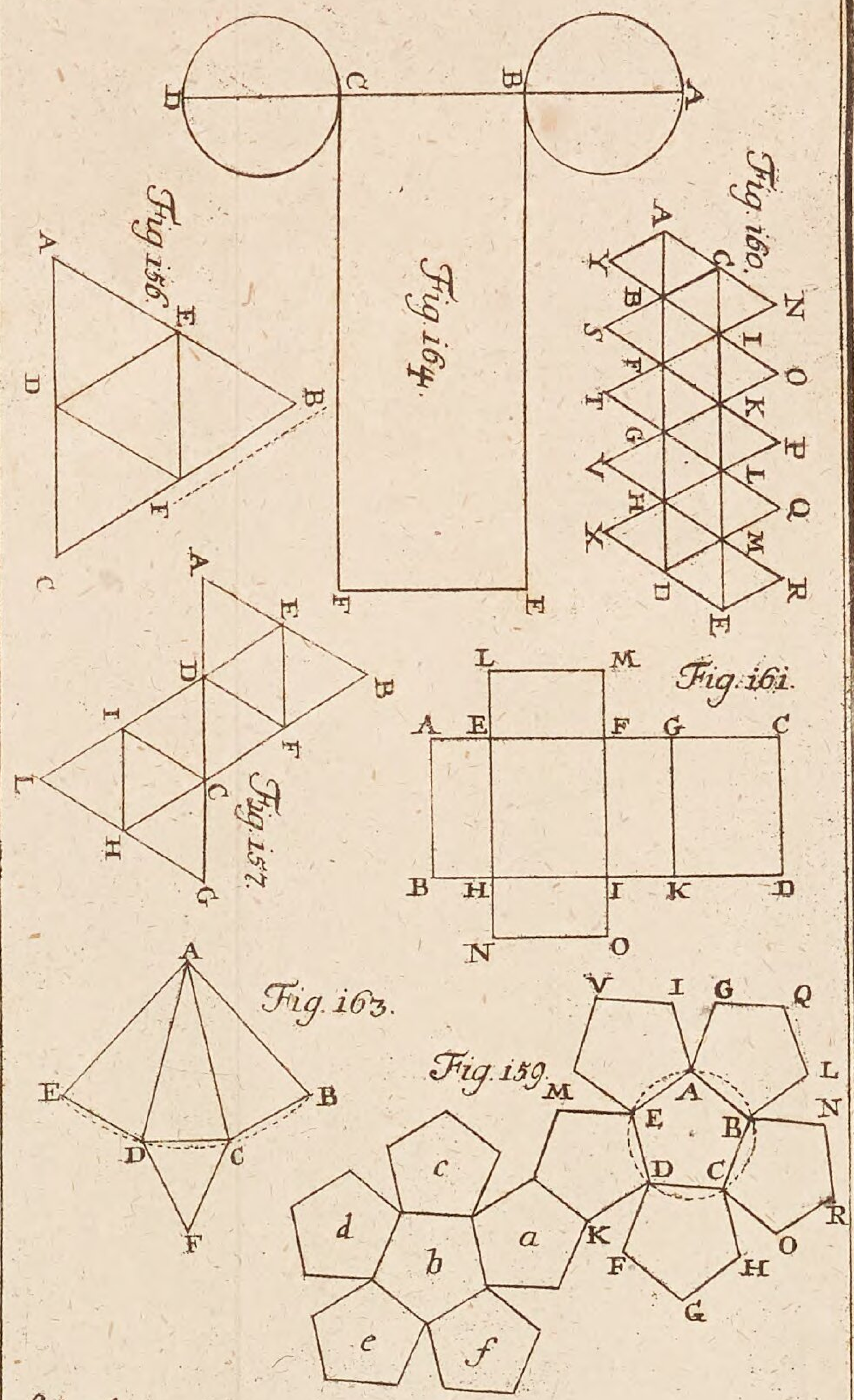


Fig. Geom.
Tab. XXIV.
Fig. 150.
E
G
B
C
D
F
A
Fig. 151.
Fig. 152.
Fig. 153.
Tetraëdrum.
Hexaëdrum.
Octaëdrum.
Fig. 162.
K
A
B
D
E
C
G
H
F
I
A
C
E
I
K
F
G
L
M
H
Fig. 158.
N
O
B
D
Fig. 155.
Fig. 154.
Dodecaëdrum.
Icosaëdrum.
Lit. Z.

Wolfs Math.

Fig. Geom.  Tab. XXV.




Lit. A. 2.

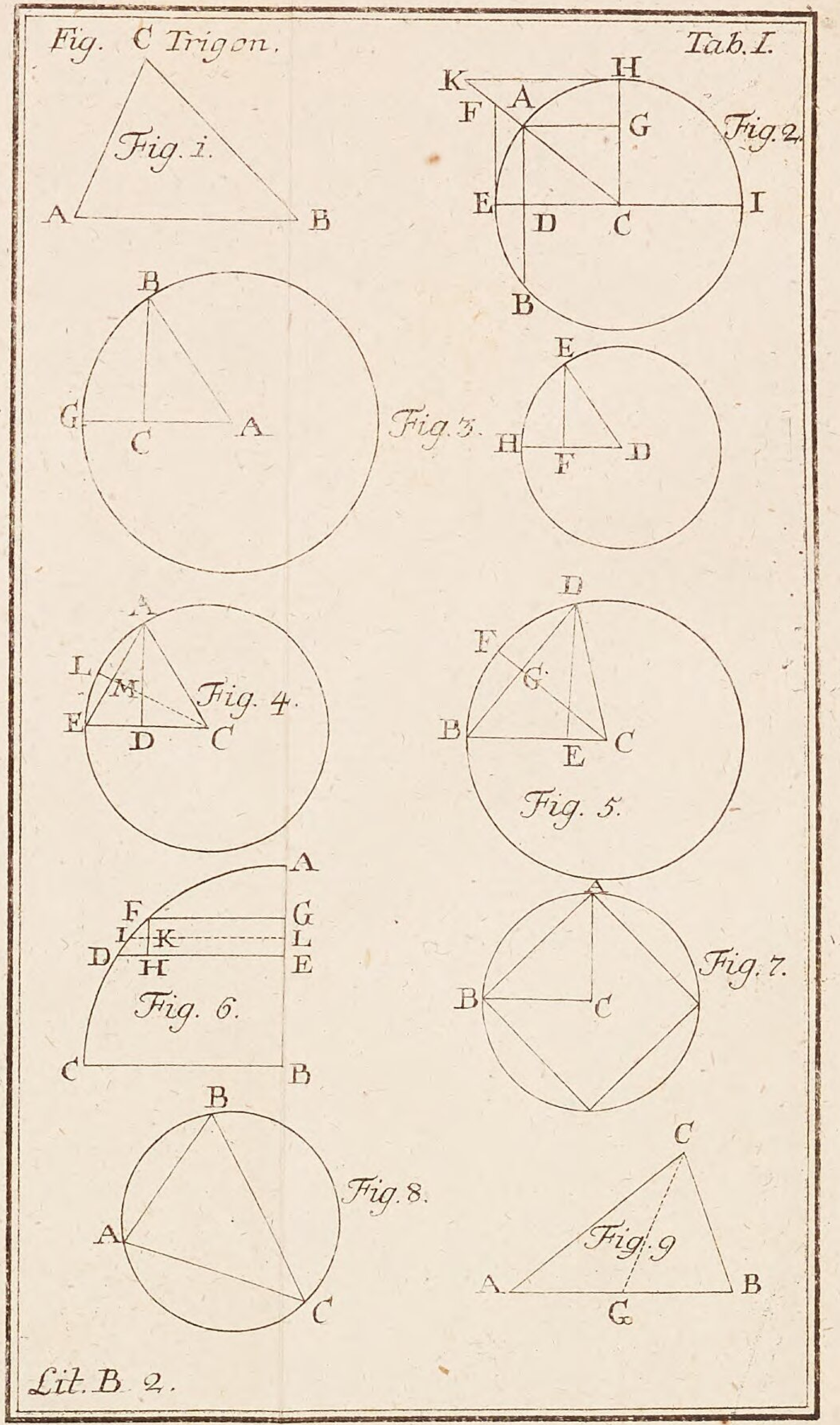


Fig. C Trigon.
Tab. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9
Lit. B 2.

Wolfs Math.

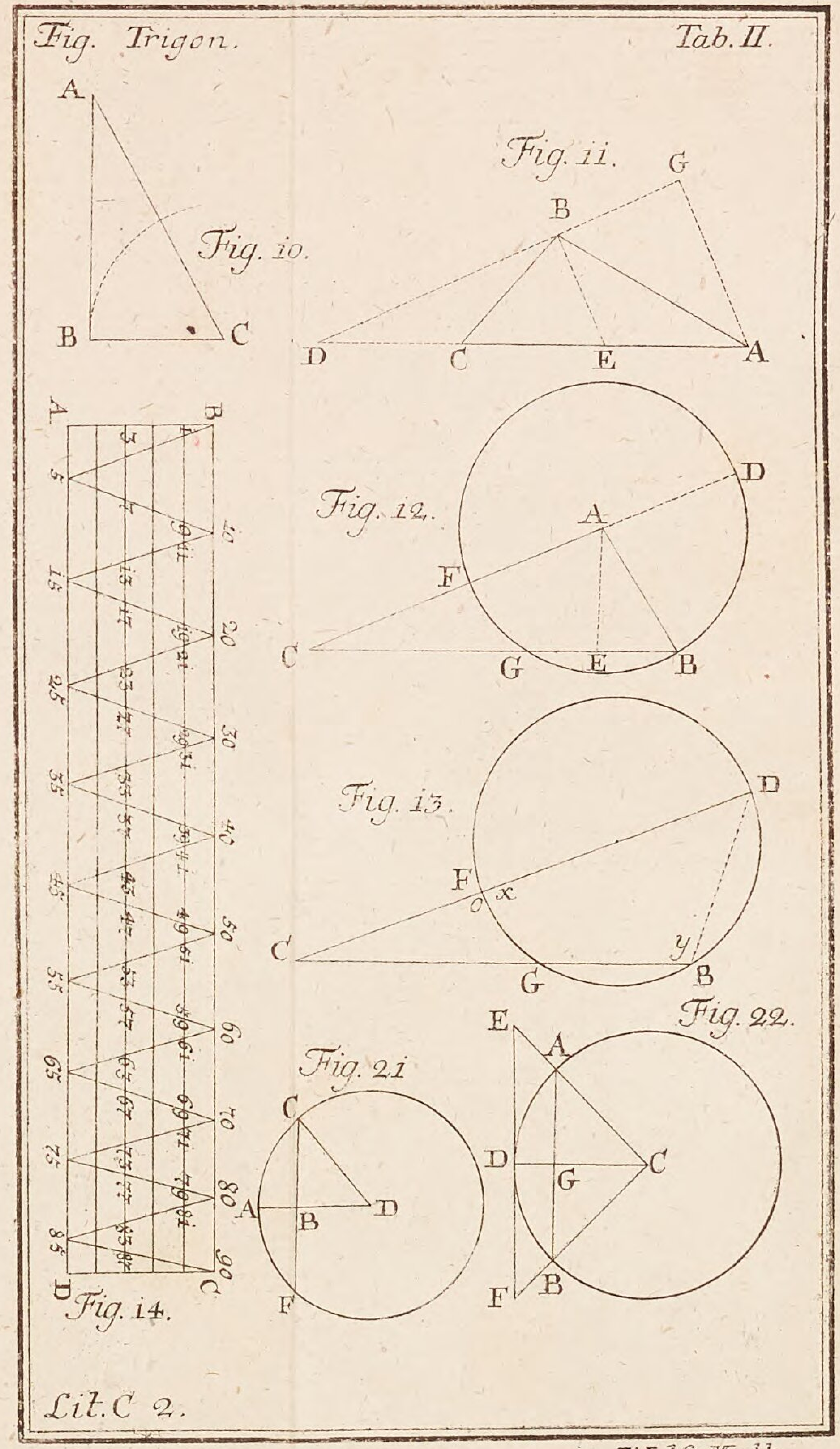


Fig. Trigon.
Tab. II.
Fig. 10.
A
B
C
Fig. 11.
G
B
D
C
E
A
Fig. 12.
D
A
F
C
G
E
B
Fig. 13.
D
F
o
x
C
y
G
B
Fig. 14.
A
B
D
C
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
Fig. 21
C
A
B
D
F
Fig. 22.
E
A
D
G
C
F
B
Lit. C 2.

Wolfs Math

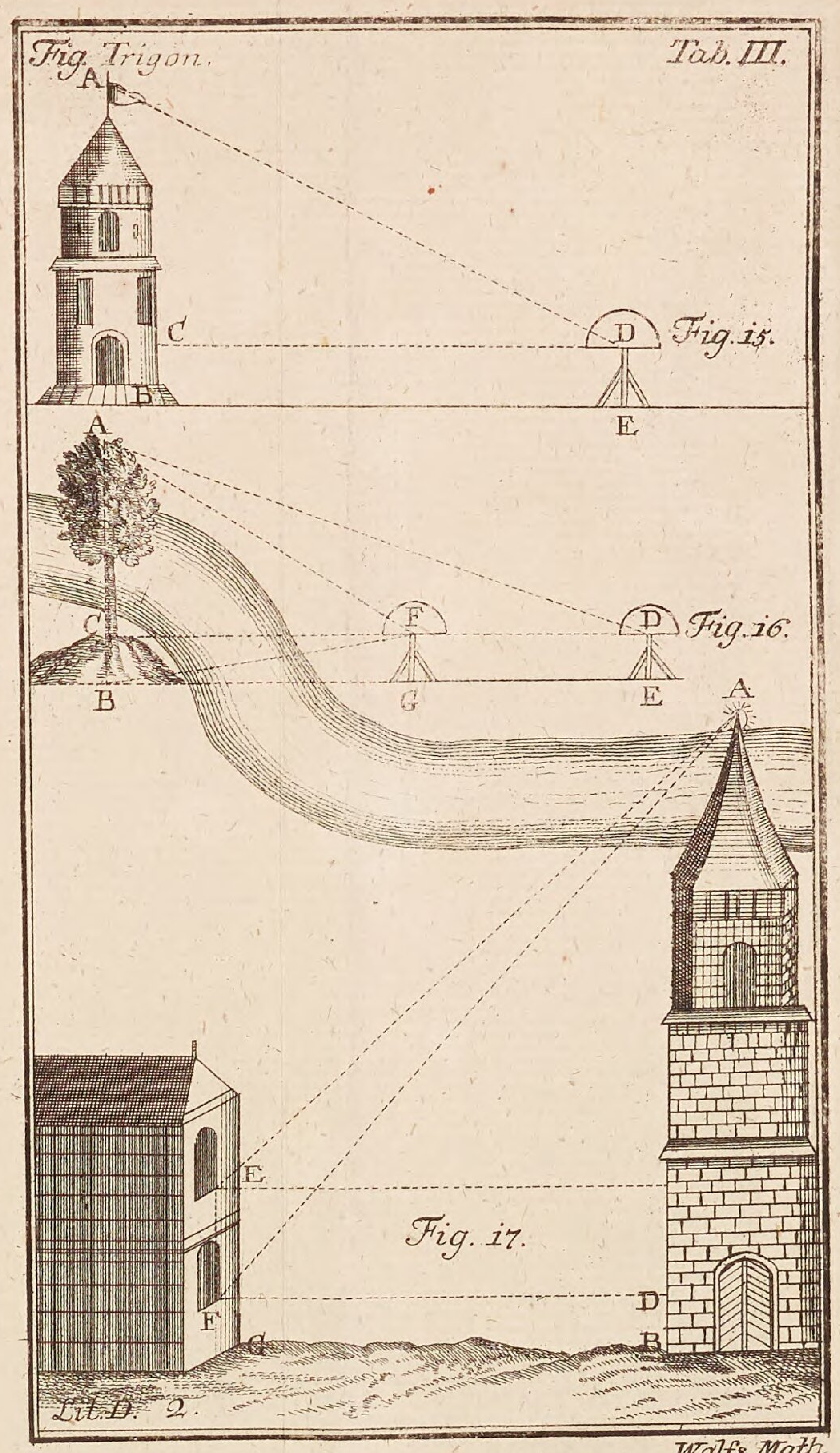


Fig. Trigon.
Tab. III.
A
C
D
Fig. 15.
B
E
A
F
D
Fig. 16.
C
B
G
E
A
E
Fig. 17.
D
F
G
B
Lit. D. 2.
Wolfs Math

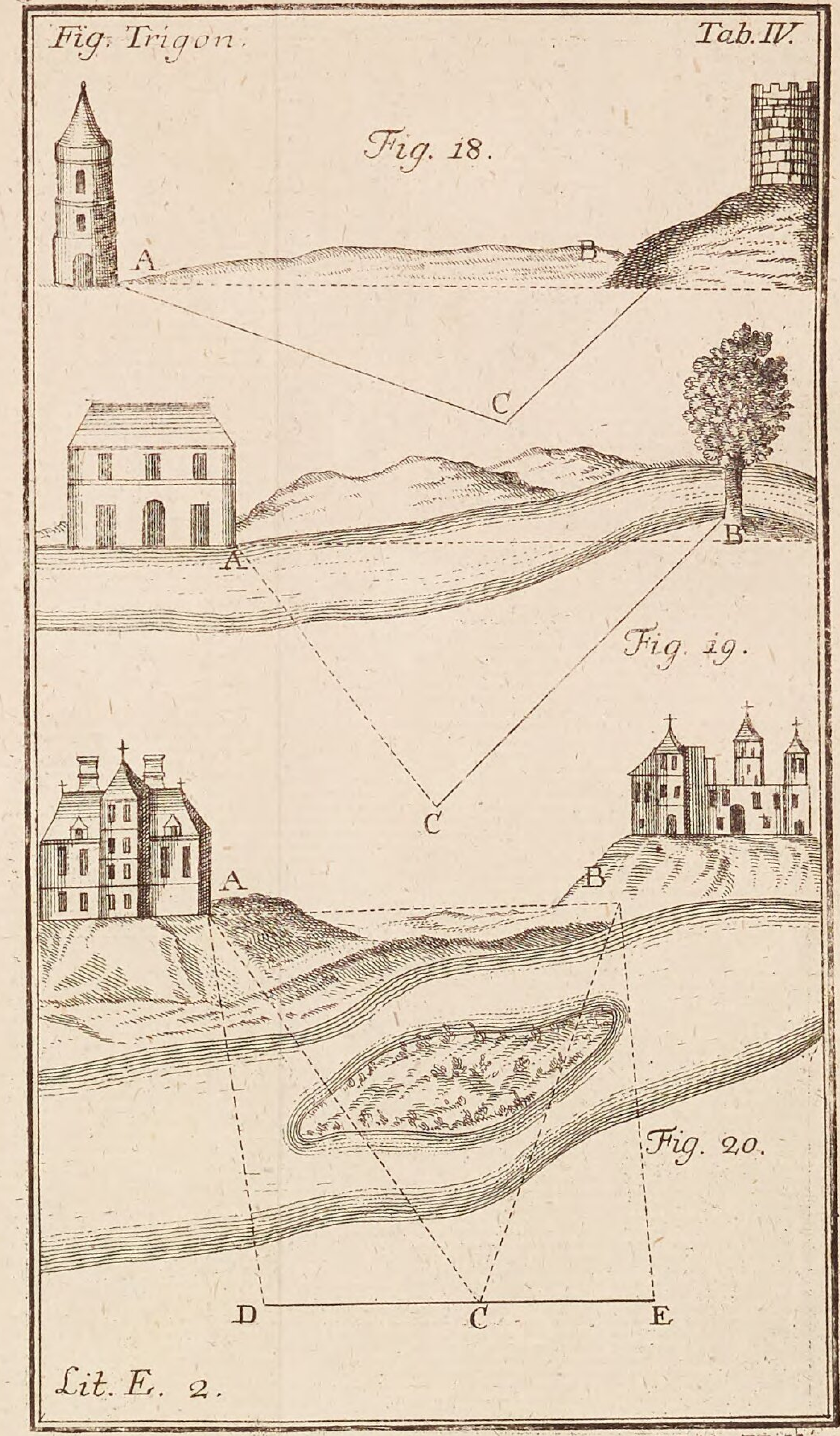


Fig. Trigon.
Tab. IV.
Fig. 18.
A
B
C
Fig. 19.
A
B
C
Fig. 20.
A
B
D
C
E
Lit. E. 2.

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wolff, Christian <<von>>,

Die Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften

Bd.: 1. Welcher einen Unterricht von der mathematischen Lehrart, die Rechen kunst, Geometrie und Trigonome

Wien 1763

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.65(1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739791-9
VD18 12058475-001